Vladimir Dragoviq Daniella Jovanoviq Vesnica Rashajski – Çikara

MATEMATIKA

PËR KLASËN E PESTË
TË SHKOLLËS FILLORE NËNTËVJEÇARE
MANUALI PËR MËSUESIT

Enti i Teksteve dhe i Mjeteve Mësimore
PODGORICË
Podgoricë, 2009

Dr. Vladimir Dragoviq Daniella Jovanoviq Vesnica Rashajski – Çikara

MATEMATIKA

Manuali për mësuesit

MATEMATIKA

Priručnik za nastavnike

Botues	Enti i Teksteve dhe i Mjeteve Mësimore; Podgoricë
Kryeredaktore dhe redaktore përgjegjëse	Natasha Zhivkoviq
Redaktor	Llazo Lekoviq
Recensentët	Dr. Sinisha Stamatoviq
	Mr. Goran Shukoviq
	Svetllana Radojeviq
	Tatjana Novoviq
	Radmilla Bajkoviq
Përkthyes	Dr. David Kalaj
Lektura	Dimitrov Popoviq
Kopertinat	Sërgja Radulloviq
Thyerja e tekstit	Studio MOUSE – Bilana Zhivkoviq
Për botuesin	Nebojsha Dragoviq
Shtypi	Ostojiq, Podgoricë
Tirazhi	
ISBN	

Këshilli i Arsimit të Përgjithshëm, me vendimin nr. 04- 3-214 të datës 16.12.2008, e ka miratuar këtë tekst për përdorim në shkollat fillore nëntëvjeçare.

PËRMBAJTJA

*Tema nuk është përmbajtje e domosdoshme e programit.

Vërejtje hyrëse

Kolegë dhe kolege të nderuara. Ky Manual u është dedikuar juve. Qëllimi i këtij Manuali është që t'ju ndihmojë në realizimin e detyrave të ndërlikuara që ju presin gjatë këtij viti shkollor.

Matematika me plot të drejtë konsiderohet si një ndër lëndët kryesore, si për shkak të përfshirjes së saj në të gjitha klasat e shkollës, gjithashtu edhe për shkak të fondit të orëve që i takojnë. Meqenëse kërkon një punë të vazhdueshme, konsiderohet si një ndër lëndët më të vështira. Prandaj, sipas mendimit tonë, njëra prej detyrave kryesore të arsimtarit të matematikës është, që duke zbatuar metodat bashkëkohore, t'u afrojë nxënësve natyrën dhe rëndësinë e kësaj lënde, zbatimin e saj në jetën e përditshme dhe rëndësinë në zhvillimin e mendimit logjik, sistematizimin dhe këmbënguljen.

Është e qartë se detyrat kaq serioze nënkuptojnë gatishmërinë pedagogjike dhe profesionale të arsimtarit. Kjo ka qenë premisa jonë kryesore gjatë përpilimit të këtij Manuali.

Në fillim të Manualit kemi cekur propozimin e planit tonë në detaje, orë për orë. Vijon mënyra e realizimit të programit. Paraqitja përmban titullin e njësisë mësimore, qëllimet dhe detyrat, shembujt hyrës dhe motivacionet, planin e bashkëveprimit me Tekst dhe renditjen e ligjëratave.

Me qëllim që t'ju lehtësojmë punën, për detyra të vështira nga Teksti kemi paraqitur zgjidhjet. Kemi propozuar vendet e mundshme të gabimeve të nxënësve dhe kemi theksuar rregullat, shprehitë dhe dijet për të cilat duhet të kihet kujdes i veçantë. Është cekur, shkurtimisht, edhe ana teorike me qëllim që arsimtari t'i shqyrtojë në mënyrë të plotë detyrat e parashtruara. Një kujdes i veçantë i është kushtuar përkufizimit gradual dhe kuptimit të nocioneve, veprim ky që sjell deri te futja në përdorim dhe zbatimi i shenjave dhe simboleve përkatëse. Gjithashtu, një kujdes i veçantë duhet t'u kushtohet aktiviteteve vijuese: automatizmit të njehsimit me shkrim dhe me gojë dhe shënimit preciz të shprehjeve. Duhet insistuar në rregullsi dhe në zbatimin rigoroz të drejtshkrimit, si atij matematik, ashtu edhe atij gjuhësor. Edhe gjatë futjes në përdorim (përkufizimit) të nocioneve, gjatë ushtrimeve, vazhdimisht duhet treguar për lidhjen e matematikës me jetën e përditshme dhe zbatimet e saj. Kur ka mundësi të tillë, duhet cekur lidhja e matematikës me lëndët e tjera.

Është propozuar një numër i madh ushtrimesh kontrolli të shkurtra dhe të gjata dhe detyra që duhet të zgjidhen gjatë një ore mësimore. Secilit nxënës në veçanti, por edhe paraleles në tërësi, i duhet treguar për mangësitë në punë që kanë sjellë deri te gabimet, tipike apo jotipike. Gjithashtu, duhet lëvduar nxënësit të cilët deri te zgjidhja kanë ardhur në një mënyrë tjetër korrekte përveç, në qoftë se insistohet që të zbatohet një metodë konkrete. Në këtë mënyrë, si nxënësi ashtu edhe arsimtari përftojnë informacionin kthyes mbi shkallën e përvetësimit të përmbajtjeve dhe nocioneve të parapara. Duhet të lëvdohen nxënësit që karakterizohen me rregullsi dhe përpikëri. Te secili ushtrim i propozuar është cekur funksioni i tij. Në ushtrime nuk kemi diferencuar detyrat, si dhe nuk kemi propozuar kriteret. Arsimtari duhet të ketë shumë kujdes mbi mundësitë e nxënësve dhe rrjedhimisht të adaptojë vështirësinë e detyrës dhe kriterin e notimit.

Ndarja e detyrave në tri grupe, siç është propozuar në Përmbledhje, paraqet vetëm një mënyrë të punës së diferencuar. Në hyrje të Përmbledhjes është cekur se ajo ndarje është shumë e kushtëzuar dhe subjektive. Puna e diferencuar mund të realizohet edhe duke zgjidhur një varg detyrash të renditura sipas vështirësisë, kur nxënësi "vetë diferencohet", duke përpunuar aq detyra sa mundet, në pajtim me mundësitë e tij.

Mënyra e dytë është që arsimtari të përgatisë fletë mësimore me detyra të niveleve të ndryshme për nxënës të ndryshëm.

Në çdo rast, detyra e arsimtarit është që të realizojë angazhimin optimal të të gjithë nxënësve në klasë. Është obligim moral i arsimtarit që të organizojë mësimin shtesë për nxënësit që dallohen dhe arrijnë rezultate të veçanta, si dhe mësimin plotësues për nxënësit, arritjet të cilëve nuk kënaqin kërkesat minimale.

Në mësimin e matematikës, tradicionalisht, rol të rëndësishëm luajnë edhe detyrat shtëpiake. Që të realizohet plotësisht qëllimi i tyre duhet të kontrollohen rregullisht. Zgjedhjen e detyrave le ta bëjnë arsimtarët, prandaj në këtë doracak nuk i kemi cekur ato detyra.

Tani do të japim disa vërejtje të përgjithshme mbi qëllimet dhe detyrat e mësimit të matematikës në klasën e pestë.

Në klasën e pestë vazhdon realizimi i qëllimeve arsimore edukative dhe detyrave që përbëjnë një pjesë të një tërësie unike dhe është vazhdimi i natyrshëm i qëllimeve dhe detyrave në klasat paraprake. Për këto qëllime, realizimi dhe metodologjia e punës duhet të jenë të ngjashme me ato që janë zbatuar në klasat paraprake, mirëpo me kërkesa të shtuara në lidhje me vëllimin dhe përbërjen.

Në këtë moshë fillon formimi dhe përvetësimi më i plotë i nocioneve. Prandaj në punë duhet realizuar shkalla e nevojshme e përgjithësimit dhe e mendimit abstrakt.

Mësimi mund të fillojë me një përsëritje të shkurtër të lëndës dhe me një test inicial me qëllim të verifikimit të dijes dhe përcaktimit të nivelit të dijes së nxënësve mbi përmbajtjet mësimore të realizuara në klasat paraprake. Në këtë mënyrë, arsimtari do të adaptojë planet e punës dhe përgatitjet e orëve mësimore në pajtim me njohuritë paraprake të nxënësve. Gjithashtu, nga njohuritë paraprake të nxënësit duhet të varen se në cilin vëllim dhe në cilin nivel do të parashtrohen detyrat hyrëse në fillim të orës mësimore dhe si do të realizohen informatat kthyese dhe analiza e nevojshme e punës së bërë.

Tani do të shqyrtojmë pak më në detaje programin e matematikës në klasën e pestë.

Bashkësia dhe vargu i numrave natyrorë përvetësohet në tërësinë e vet, me çfarë realizohet mundësia për përvetësimin e plotë të nocionit të numrit natyror. Në klasat më të larta do të konsiderohet se kjo përmbajtje është realizuar dhe përvetësuar. Prandaj kësaj pjese të programit duhet t'i kushtohet kujdes i plotë.

Vend qendror në programin dhe në detyrat arsimore, sipas vëllimit ashtu edhe sipas rëndësisë, zënë veprimet kryesore algjebrike në bashkësinë N dhe N_0, prandaj këto përmbajtje do të realizohen në pajtim me rëndësinë e tyre.

Ligjet kryesore të veprimeve algjebrike, komutacioni dhe asociacioni i mbledhjes dhe i shumëzimit dhe vetia distributive (shpërndarëse) e shumëzimit dhe e pjesëtimit sipas mbledhjes dhe zbritjes, duhet të paraqiten si zgjerim i dijes, sepse me këto përmbajtje nxënësit kanë filluar të njoftohen që nga klasa e parë. Në klasën e pestë duhet të realizohen përgjithësimet e nevojshme dhe përkufizimet e qarta.

Ekuacionet dhe inekuacionet të zgjidhen në bazë të lidhjeve ekzistuese, të theksuara dhe të përvetësuara ndërmjet veprimeve algjebrike të kundërta, mbledhjes dhe zbritjes në njërën anë, gjegjësisht shumëzimit dhe pjesëtimit në anën tjetër. Qëllimi i zgjidhjes së ekuacioneve është përforcimi dhe thellimi i mëtejshëm i zbatimit të njohurive të arritura mbi veprimet algjebrike kryesore në bashkësinë N, gjegjësisht N_0. Me detyra tekstuale lënda thellohet dhe vihen re mundësitë e zbatimit në jetën e përditshme.

Ndërtimi i bashkësisë së numrave racionalë vazhdohet me temën e mëtejshme - thyesat. Futen në përdorim nocionet numëruesi, emëruesi, vija thyesore. Vihen re thyesat e barabarta dhe krahasohen thyesat e ndryshme. Një kujdes të veçantë i kushtohet paraqitjes praktike dhe grafike të thyesës. Është i rëndësishëm edhe zbatimi i thyesave, përveç tjerash në përshkrimin e pjesëve të metrit, kilogramit, litrit...

Futja në përdorim e bashkësive është një shkallë e rëndësishme në arsimin bashkëkohor matematik. Një kujdes i veçantë duhet t'i kushtohet sqarimit të përpiktë të bashkësisë, si nocion kryesor, dhe elementeve e nënbashkësive të saj. Kuptimi i barazisë së bashkësive, mënyra e dhënies së tyre dhe hulumtimi i veprimeve kryesore të bashkësive, janë parakusht i rëndësishëm për përvetësimin e bashkësive si gjuhë universale e matematikës bashkëkohore dhe zbatimeve të saj. Është më se evidente se ky material kërkon një shkallë jo të vogël të abstraksionit. Prandaj vazhdimisht duhen kombinuar idetë e përgjithshme dhe veprimet me shembuj konkretë.

Gjatë zgjidhjes së detyrave tekstuale të përsëriten masat e përvetësuara. Sistemit metrik për gjatësinë tani i shoqërohet masa për sipërfaqen. Nocioni i sipërfaqes, përndryshe një nocion matematik shumë i përbërë dhe delikat, përkufizohet këtu në mënyrë të thjeshtëzuar dhe të adaptuar me moshën e nxënësit.

Përmbajtjet programore nga gjeometria parashtrojnë mundësinë e kuptimit më të plotë të drejtkëndëshit dhe katrorit, kuboidit dhe kubit dhe zgjidhjen e detyrave përkatëse metrike. Duhet të shfrytëzohet çdo rast në mënyrë që nxënësit të thellojnë aftësitë e tyre të parafytyrimit dhe të kuptimit të rrafshit, hapësirës, pra në përgjithësi të zhvillojnë sensin dhe intuitën gjeometrike.

Përpunimi dhe paraqitja e të dhënave është lëmë i cili deri tani, te ne, tradicionalisht nuk është përfshirë në plan-program. Në epokën e informatikës, komunikimeve dhe proceseve globale dhe masive, rëndësia e tij rritet vazhdimisht. Paraqiten zbatime të drejtpërdrejta të mëdha dhe të shpeshta. Pikërisht gjatë zbatimeve në jetën e përditshme dhe nëpër lojëra të afërta të nxënësve duhet të ndërtohen parafytyrimet e para mbi nocionin e statistikës. Ky është rasti kur mund të organizohet puna sipas grupeve dhe të theksohet virtyti i punës kolektive.

Dëshirojmë të theksojmë në fund se përmbajtja e Manualit nuk duhet të kuptohet si bashkësi recetash, sidomos jo si bashkësi recetash të domosdoshme. Janë paraqitur disa ide, rekomandime, detyra, shembuj, mundësi për planifikimin dhe përgatitjen e plotë të arsimtarit për punë të drejtpërdrejtë me nxënësit, si një kontribut i caktuar për rezultate më të mira në punë. Arsimtari duhet të respektojë rregullat dhe principet e lëmit, përndryshe është i lirë që në pajtim me përvojën dhe dituritë e veta të kërkojë zgjidhjet më të mira pedagogjike dhe metodike.

Autorët

Shtator, 2008.

Propozimi i planit dhe i programit të detajuar të matematikës për klasën e pestë

Numri rendor	Titulli i temës	Numri i orëve
	Përsëritje	**5**
1	**Bashkësia e numrave natyrorë N dhe N_0** 1. Numrat deri në 1 000 000 2. Njësitë dhjetore 3. Vlera e shifrave të numrave më të mëdhenj se 1 000 4. Radhitja e bashkësisë së numrave natyrorë 5. Gjysmëdrejtëza numerike 6. Numrat çift dhe numrat tek 7. Numrat më të mëdhenj se 1 000 000 8. Mbledhja në bashkësinë N_0 9. Mbledhja 10. Zbritja në bashkësinë N_0 11. Zbritja 12. Varësia e shumës nga ndërrimi i mbledhësve. Pandryshueshmëria e shumës 13. Varësia e ndryshimit nga ndërrimi i zbritësit dhe të zbritshmit. Pandryshueshmëria e ndryshimit 14. Lidhja e mbledhjes dhe e zbritjes 15. Ekuacionet në lidhje me mbledhjen dhe zbritjen 16. Inekuacionet në lidhje me mbledhjen dhe zbritjen 17. Zbatimi i ekuacioneve dhe i inekuacioneve 18. Shumëzimi në bashkësinë N 19. Shumëzimi me njësi dhjetore 20. Shumëzimi me numër njëshifror 21. Shumëzimi me numër dyshifror dhe me numër treshifror 22. Shumëzimi me 0 dhe 1. Prodhimi i faktorëve të njëjtë 23. Shumëzimi i shumës dhe i ndryshimit 24. Shembuj të shumëzimit me gojë dhe me shkrim 25. Pjesëtimi në bashkësinë N_0 26. Pjesëtimi me njësi dhjetore 27. Pjesëtimi me numër njëshifror pa mbetje 28. Pjesëtimi me numër dyshifror pa mbetje (1) 29. Pjesëtimi me numër dyshifror pa mbetje (2) 30. Pjesëtimi me numër njëshifror me mbetje 31. Pjesëtimi me numër dyshifror me mbetje 32. Lidhja e shumëzimit dhe e pjesëtimit 33. Pjesëtimi i shumës dhe i ndryshimit 34. Varësia e prodhimit nga faktorët. Pandryshueshmëria e prodhimit 35. Veprimet algjebrike në bashkësinë N_0 36. Ekuacionet në lidhje me shumëzimin dhe pjesëtimin 37. Inekuacionet në lidhje me shumëzimin 38. Zbatimi i ekuacioneve dhe inekuacioneve	87

2	**Thyesat** 1. Shënimi i thyesave 2. Tërësia dhe pjesët e saj 3. Pjesa e tërësisë si thyesë 4. Njehsimi i pjesës së tërësisë 5. Mesatarja aritmetike	13
3	**Bashkësitë** 1. Bashkësia. Elementet e bashkësisë. Diagrami i Venit 2. Mënyra e dhënies së bashkësive. Barazia e dy bashkësive 3. Nënbashkësia 4. Unioni i bashkësive 5. Prerja e bashkësive 6. Diferenca e dy bashkësive	13
4	**Njësitë për matjen e sipërfaqes** 1. Matja e sipërfaqes 2. Njësitë për matjen e sipërfaqes (mm^2, cm^2, dm^2, m^2) 3. Njësitë për matjen e sipërfaqes më të mëdha se një m^2 4. Shndërrimi i njësive matëse 5. Krahasimi dhe zbatimi i njësive matëse	12
5	**Sipërfaqja e drejtkëndëshit dhe e katrorit** 1. Sipërfaqja e drejtkëndëshit 2. Varësia e sipërfaqes së trekëndëshit nga gjatësitë e brinjëve 3. Sipërfaqja e katrorit 4. Varësia e sipërfaqes së katrorit nga gjatësia e brinjës 5. Sipërfaqet e figurave të përbëra	12
6	**Sipërfaqja e kuboidit dhe kubit** 1. Vetitë e kuboidit dhe kubit 2. Hapja e kuboidit dhe kubit 3. Sipërfaqja e kuboidit dhe kubit 4. Varësia e sipërfaqes së kubit nga brinja e tij	10
7	**Përpunimi dhe paraqitja e të dhënave** 1. Grumbullimi dhe paraqitja e të dhënave 2. Diagramet me shtylla dhe me vija. Mesatarja aritmetike 3. Përpunimi i të dhënave, tabelat dhe koordinatat 4. Përpunimi i të dhënave në jetën e përditshme	8

I. Bashkësia e numrave natyrorë N dhe N_0

Qëllimet mësimore

Nxënësit:

- kuptojnë bashkësinë e numrave natyrorë, gjegjësisht kuptojnë numrat më të mëdhenj se një mijë;
- lexojnë dhe shkruajnë numrat natyrorë në sistemin numerik decimal (dhjetor);
- përvetësojnë nocionin e njësisë dekadë dhe fuqisë së numrit 10;
- vënë re dhe kuptojnë vlerën vendore të shifrës në numra shumëshifrorë;
- përvetësojnë dhe kuptojnë bashkësitë N dhe N_0;
- vënë re dhe kuptojnë radhitjen e bashkësive N dhe N_0;
- përvetësojnë nocionin e gjysmëdrejtëzës numerike;
- kuptojnë dhe përdorin nocionet e përvetësuara dhe termat - numri paraardhës dhe pasardhës;
- kuptojnë dhe përdorin veprimet algjebrike, mbledhjen dhe zbritjen në bashkësinë N_0;
- kuptojnë dhe zbatojmë ligjet e komutacionit dhe asociacionit të mbledhjes në bashkësinë N_0;
- kuptojnë varësinë e shumës nga mbledhësit dhe varësinë e ndryshimit nga i zbritshmi dhe zbritësi;
- kuptojnë detyrat tekstuale dhe i paraqesin me shprehje adekuate;
- zgjidhin ekuacionet dhe inekuacionet e dhëna me anë të mbledhjes dhe zbritjes; zgjidhin detyrat tekstuale (problemore);
- përsërisin dhe zgjerojnë njohuritë mbi shumëzimin dhe pjesëtimin të cilat janë arritur në klasat paraprake;
- kuptojnë dhe zbatojnë komutacionin dhe asociacionin e shumëzimit, si dhe vetinë distributive (shpërndarëse) të shumëzimit dhe pjesëtimit sipas mbledhjes dhe zbritjes në bashkësinë N;
- kuptojnë varësinë funksionale në shembujt e varësisë së prodhimit nga faktorët;
- kuptojnë dhe zbatojnë terminologjinë e përvetësuar më herët, në mënyrë të përpiktë i shënojnë shprehjet dhe relacionet përkatëse;
- zgjidhin ekuacionet dhe inekuacionet me shumëzim dhe me pjesëtim që kanë formën:

  $a \cdot x = b,\ x : a = b,\ a : x = b$,
- zbatojnë ligjet kryesore dhe vetitë e tjera të shumëzimit dhe të pjesëtimit dhe vënë re lehtësime (shkurtesa) të mundshme gjatë llogaritjes së detyrave të ndryshme;
- duke zbatuar tabelat, duke plotësuar ato, si dhe duke bërë paraqitjen grafike zhvillojnë idenë mbi funksionin dhe pasqyrimin (shoqërimin) – faktorëve iu shoqërohet prodhimi, të pjesëtueshmit dhe pjesëtuesit herësi;
- zhvillojnë aftësinë e vëzhgimit, vërejtjes dhe gjykimit;
- ndërtojnë dhe zhvillojnë saktësinë, kujdesin dhe këmbënguljen si veti të personalitetit.

1.1. Numrat deri në 1 000 000

Qëllimet

Nxënësit:

- numërojnë me gojë nga një mijë deri në një milion dhe shënojnë me shifra numrin përkatës;
- ekspozojnë dhe sqarojnë strukturën, lexojnë dhe shkruajnë numrat deri në një milion në sistemin numerik decimal (dhjetor);
- shënojnë në mënyrë të qartë dhe lexojnë saktësisht numrat deri në një milion;
- i klasifikojnë numrat sipas numrit të shifrave.

Si detyra hyrëse mund të shërbejnë detyrat në vazhdim:

1. Shkruaji të gjitha dhjetëshet e qindëshes së parë.

   ________________________________.

2. Shkruaji të gjitha qindëshet e mijëshes së parë.

   ________________________________.

3. Me shifra shkruaje numrin: (*a*) 3 dhjetëshe, (*b*) 2 qindëshe, (*c*) 1 mijëshe, (*d*) 52 dhjetëshe.

Analizë:

– Çfarë i shtohet në anën e djathtë shifrës, gjegjësisht numrit, në mënyrë që numri decimal i përftuar ashtu të jetë i barabartë me numrin e dhjetësheve? Me fjalë të tjera, si zëvendësohet fjala "dhjetëshe" mbas një numri të dhënë?

– Çfarë i shtohet numrit në mënyrë që ai të paraqesë numrin e qindësheve?

– Si shënohet numri i paraqitur me shifrën 1, vlera e të cilit është një mijë?

Në mënyrë të ngjashme do të lexojmë, gjegjësisht të shprehim dhe shënojmë shembujt e tjerë që i kemi përftuar duke numëruar deri në një milion. Për shembull: 5 mijë = 5 000, 10 mijë = 10 000, ..., 37 mijë = 37 000, 100 mijë = 100 000, 456 mijë = 456 000, ..., 1 000 mijë = 1 000 000 (lexojmë një milion)

Pra, numri 1 000 mijëshe shënohet 1 000 000 dhe lexohet një milion.

Nxënësit duhet të kuptojnë se numri më i vogël se një milion përbëhet nga numri deri në një mijë, d.m.th. numri treshifror, i cili i takon numrave të klasës së parë – të klasës së njësheve dhe numrin deri në një milion, d.m.th. numri gjashtëshifror që u takon numrave të klasës së dytë – klasës së mijësheve. Për shembull:

9 768 = 9 000 + 768, d.m.th. numri 9 768 përbëhet nga 9 njëshe të klasës së mijësheve dhe 768 njëshe të klasës së njësheve;

78 045 = 78 000 + 45, d.m.th. numri 78 045 përbëhet nga 78 njëshe të klasës së mijësheve dhe 45 njëshe të klasës së njësheve;

568 321 = 568 000 + 321, d.m.th. numri 568 321 përbëhet nga 568 njëshe të klasës së mijësheve dhe 321 njëshe të klasës së njësheve,

Domethënë, numrat natyrorë në sistemin decimal numerik deri në një milion shkruhen sipas klasave.

Zakonisht bëhet ndarja e klasave me një largesë, dhe lexohen duke u nisur nga klasa e shkallës më të madhe, në këtë rast duke filluar nga klasa e mijësheve.

Vijojnë ushtrimet e shembujve që i përgatit arsimtari dhe detyrave në Tekst dhe në Përmbledhje.

Në fund të orës së dytë mësimore të bëhet ushtrimi që paraqet diktimin matematik – shënimi i numrave sipas diktimit të arsimtarit.

1.2. Njësitë dhjetore

Qëllimet

Nxënësit:

- lexojnë dhe shënojnë njësitë dhjetore deri në një milion;
- përvetësojnë nocionin e njësive dhjetore;
- përvetësojnë nocionin e njësisë dhjetore të shumëfishtë;
- i shkruajnë njësitë dhjetore në trajtën e fuqisë së numrit 10.

Sistemi quhet dhjetor (decimal), sepse çdo dhjetë njëshe e përbëjnë dhjetëshen, d.m.th. njëshen dhjetore të rendit më të lartë. Përdoret edhe emërtimi sistemi numerik me bazë 10.

Njësitë dhjetore janë:

1, njësia themelore, njësia dhjetore e rendit zero;
10, njësia dhjetore e rendit të parë;
$100 = 10^2$, njësia dhjetore e rendit të dytë;
$1\,000 = 10^3$, njësia dhjetore e rendit të tretë;
$10\,000 = 10^4$, njësia dhjetore e rendit të katërt;
$100\,000 = 10^5$, njësia dhjetore e rendit të pestë;
$1\,000\,000 = 10^6$, njësia dhjetore e rendit të gjashtë.

Ushtrime në shembujt dhe detyrat nga Teksti.

Në shembujt e matjes së kohës të ilustrohet se ekzistojnë dhe zbatohen sistemet që nuk janë dhjetore. Kështu për shembull një orë ka 60 minuta, një minutë ka 60 sekonda

1.3. Vlera e shifrave të numrave më të mëdhenj se 1 000

Qëllimet:

Nxënësit:

- vënë re se të gjithë numrat deri në një milion mund të shkruhen me anë të shifrave 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, falë sistemit numerik dhjetor në të cilin secila shifër ka dy vlera, atë natyrore dhe atë vendore;
- vënë re dhe kuptojnë vlerën vendore të shifrës;
- vënë re dhe kuptojnë se çdo numër natyror (deri në një milion) mund të shënohet në trajtën e shumës së njësive dhjetore të shumëfishta.

Kemi fituar shprehi që të gjithë numrat t'i shënojmë me anë të dhjetë shenjave

- shifrave: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Për shembull, numri që përbëhet nga katër qindëshe, katër dhjetëshe dhe katër njëshe shënohet 444.

Në këtë rast, simboli i njëjtë “4” shënon numrin përkatës të njësheve, në qoftë se ndodhet në vendin e fundit, gjegjësisht në vendin e djathtë, numrin e dhjetësheve, në qoftë se ndodhet në vendin e parafundit, dhe numrin e qindësheve, në qoftë se ndodhet në vendin e tretë (numëruar nga skaji në anën e djathtë). Një sistem i tillë i shënimit të numrave quhet sistem pozicional apo sistem vendor, sepse secila shifër ka vlerën numerike jo vetëm në varësi të formës së saj, por edhe të vendin në të cilin është shënuar në numrin e dhënë. Sistemi pozicional mundëson që me anë të dhjetë shenjave (shifrave) të shënohet një numër natyror me madhësi të çfarëdoshme

Duhet të kihet parasysh fakti se zbulimi i sistemit numerik, me të cilin jemi mësuar tani, është në të vërtetë njëri prej zbulimeve më të mëdha të historisë njerëzore. Arsimtari duhet të rikujtojë nxënësit se sistemi romak i shënimit të numrave është shembull i sistemit që nuk është vendor. Civilizimi aq i madh siç është ai romak, edhe krahas ndikimit të madh për civilizimet pasuese, nuk ka pasur të zhvilluar akoma sistemin periodik vendor.

Si detyra hyrëse mund të merren detyrat në vazhdim:

1. Numrat e dhënë shënoji me anë të simboleve të njësive dhjetore:

a) 897 = __ Q __ Dh ___ Nj; b) 463 = _____________;
c) 603 = _____________; d) 270 = _____________.

2. Shënoji numrat treshifrorë:

a) 5 Q 7 Dh 1 Nj = ______; b) 9 Q 2 Nj = ______;
c) 7 Q 3 Dh = ______; d) 4 Q 2 Dh 9 Nj = ______.

3. Gjatë shënimit të numrit <u>9</u>59 është përdorur dy herë shifra nëntë, <u>9</u> dhe 9, njërën prej të cilave e kemi nënvizuar me qëllim që ta dallojmë. Cila nga dy shifrat ka vlerën më të madhe:
a) Sa herë? ____.
b) Për sa? ____.

Në bazë të informatave kthyese dhe me anë të analizës përkatëse të sqarohen në mënyrë të ngjashme vlerat vendore të shifrave në klasën e mijësheve. Të përdoret tabela e numrave në sistemin numerik dhjetor.

Shënimi i numrave natyrorë deri në një milion, në trajtën e shumës së njësive dhjetore të shumëfishta mund të fillohet duke përdorur këto detyra hyrëse:

$$456 = 400 + 50 + 6 = 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 1,$$

$$701 = 700 + 1 = 7 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 1 \cdot 1 = 7 \cdot 100 + 1.$$

Nxënësve u duhet tërhequr vëmendja se mbledhësi $0 \cdot 10 = 0$ mund të mos shkruhet, sepse është mbledhës neutral. Nxënësit duhet të kuptojnë se, në qoftë se njësitë dhjetore nuk janë theksuar kur numri i dhënë interpretohet me gojë ose njësitë dhjetore nuk janë shënuar si mbledhës, atëherë në ato vende duhet shënuar shifra zero.

Në fund të orës së dytë mund të bëhet ushtrimi me qellim që të përftohet informata kthyese.

1. Njehsoje vlerën e shprehjes:

a) $8 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 =$ ___________________________________;

b) $3 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10 =$ ____.

2. Shkruaje numrin natyror në trajtën e shumës së njësive dhjetore të shumëfishta:

   a) 567 048 = ____;

   b) 400 023 = ____;

   c) 608 090 = ____.

3. Me anë të shifrave 0, 5, 7 dhe 9 është shënuar një numër gjashtëshifror, në mënyrë që disa shifra mund të përsëriten. Shkruaje atë numër, në qoftë se:

   – shifra 9 thotë: Unë paraqes qindëshet,
   – shifra 5 thotë: Kurse unë paraqes qindmijëshet,
   – shifra 7 thotë: Unë paraqes dhjetëmijëshet dhe njëshet,
   – shifra 0 thotë: Unë ndodhem në vendet e papërmendura. (570 907)

1.4. Radhitja e bashkësisë së numrave natyrorë

Qëllimet:

Nxënësit:

- përcaktojmë pasardhësin e numrit të dhënë dhe vënë re rëndësinë e pasardhësit për numrat natyrorë;
- përcaktojnë paraardhësin e numrit të dhënë;
- vënë re se ndërmjet dy numrave të çfarëdoshëm natyrorë ekziston njëri prej relacioneve: .... ose =, d.m.th. prej dy numrave natyrorë, njëri në lidhje me tjetrin mund të jetë më i madh, ose më i vogël, ose i barabartë;
- bëjmë karakterizimin e numrave natyrorë të njëpasnjëshëm;
- përcaktojnë se cili numër është më i madh prej dy numrave deri në një milion; faktin e fundit e lidhin me nocionin e pasardhësit dhe ilustrojnë në shembuj nga jeta e përditshme.

Mendojmë se për këtë temë, si një temë kërkuese dhe komplekse, mund të planifikohet edhe një orë më shumë se minimumi i paraparë.

Të gjitha gjuhët e njohura përmbajnë fjalët të cilat përshkruajnë së paku disa numra të parë natyrorë. Numrat natyrorë janë formuar nga praktika njerëzore e numërimit. Është e qartë se numërimi është njëri prej operacioneve më të vjetra abstrakte njerëzore mendore. Besohet se është paraqitur kur edhe fjala. Janë numëruar sendet e ndryshme, kafshët, njerëzit... Struktura e bashkësisë së numrave natyrorë është në mënyrë të plotë e përcaktuar me numërimin. Edhe në shkollë, që nga klasa e parë fillohet me numërimin. Numërohen monedhat, shkopinjtë etj. Si numërojmë? Fillojmë nga 1, pastaj themi numrin tjetër 2, pastaj numrin 3, mandej numrin 4 e kështu me radhë. Deri te çdo numër natyror mund të arrijmë duke filluar nga numri 1, pastaj numërojmë numrin pasues, numrin pasues, numrin pasues ...

Kështu shohim se në strukturën e numrave natyrorë rol kyç luan numri 1, mirëpo edhe operacioni pasues, gjegjësisht pasardhës. Vetitë kryesore të operacionit pasues janë:

- çdo numër natyror ka pasardhësin e vet,
- dy numra natyrorë të ndryshëm kanë pasardhësit e ndryshëm,

- çdo numër natyror, përveç 1, është pasardhës i një numrit natyror,
- deri te çdo numër natyror mund të arrihet duke zbatuar operacionin pasardhës një numër të fundmë herësh, duke filluar nga numri 1.

Të ushtrohet operacioni pasardhës. Të punohet detyra 1 nga Teksti dhe shembujt të cilët i përgatit arsimtari.

Konsiderojmë se çdo numër është më i vogël se pasardhësi i tij. Duke vazhduar më tutje, themi se numri a është më i vogël se numri b, në qoftë se nga a deri në b mund të arrihet me një zbatim të njëpasnjëshëm të operacionit pasardhës.

Ushtroni në shembuj, siç është punuar detyra 1 në Tekst. Mbas disa shembujsh tregoni se për shembull numri 9 nuk mund të përftohet nga numri 3 me zbatimin e njëpasnjëshëm të operacionit pasardhës.

Sillni nxënësit në përfundim se për dy numra natyrorë të ndryshëm a dhe b gjithmonë vlen saktësisht njëri prej pohimeve: ose a është më i vogël se b ose a është më i madh se b.

Duhet të kihet kujdes për disa detaje nga fjalia paraprake. Ajo fjali ka të bëjë me numra të ndryshëm a dhe b. Fjalia është formuluar në trajtën "ose ose", çfarë domethënë se gjithmonë është i saktë vetëm njëri prej pohimeve (asnjëherë të dy njëkohësisht).

Në mënyrë diskrete të futet në përdorim principi se, në qoftë se a është më i vogël se b dhe b më i vogël se c, atëherë edhe a është më i vogël se c. Tregoni këtë princip në disa shembuj.

Futni në përdorim në momentin e volitshëm shenjën $<$ për relacionin a është më i vogël se b. Punoni disa shembuj në të cilët ushtroni përvetësimin e nocionit më i vogël dhe shënimin e tij. Ushtroni përcaktimin e numrave që ndodhen ndërmjet dy numrave të dhënë.

Pastaj futni në përdorim nocionin më i madh, dhe mbas disa shembujsh futni në përdorim edhe simbolin $>$ (më i madh). Pastaj futni në përdorim, gradualisht, nocionin më i vogël ose i barabartë, pastaj simbolin $\leq$; pastaj nocionin më i madh ose i barabartë dhe simbolin $\geq$ Mbas disa shembujsh, përpunoni edhe disa veti të përgjithshme të relacionit më i vogël ose i barabartë.

Mbas futjes në përdorim të nocionit paraardhës dhe mbas disa shembujve, futni në përdorim nocionin e numrave të njëpasnjëshëm, siç është vepruar në Tekst. Pastaj sillni nxënësit kah përfundimi se nuk ekzistojnë numra natyrorë ndërmjet dy numrave të çfarëdoshëm natyrorë të njëpasnjëshëm.

Meqenëse çdo numër natyror përveç 1 ka paraardhësin e vet, bashkësinë e numrave natyrorë mund ta zgjerojmë me numrin 0, që paraqet paraardhësin e numrit 1. Sipas përkufizimit, d.m.th. sipas marrëveshjes numrin 0 nuk e konsiderojmë si numër natyror. (Ekzistojnë shtete në të cilat numri 0 konsiderohet si numër natyror. Kështu për shembull, në Francë mbas një polemike të gjatë ministri ka marrë vendimin që numri 0 t'i shtohet bashkësisë së numrave natyrorë, duke sqaruar se Francës nuk i pengon që të ketë një numër natyror më shumë sesa shtetet e tjera. Natyrisht, ekzistojnë pyetje matematike të cilat nuk duhet t'i zgjidhë ministri dhe një e tillë është pyetja paraprake.)

Sfida e fundit dhe ndoshta më e madhja në lidhje me këtë temë është që të sillet nxënësi në përfundim se nuk ekziston numri më i madh natyror. Kjo duhet t'u ndihmojë që problemin paraprak ta lidhin me faktin se bashkësia e numrave natyrorë është e pafundme.

Arsimtari duhet të jetë i vetëdijshëm se vetë fakti se bashkësia është e pafundme, akoma nuk domethënë se bashkësia nuk ka elementin më të madh. Një shembull i thjeshtë është bashkësia e numrave realë nga intervali [0,1]. Kjo është një bashkësi e pafundme, por ka elementin më të madh. Ai është 1. Ka edhe elementin më të vogël, d.m.th. numrin 0. Ky shembull duhet të shërbejë që arsimtari të arrijë imazhin e plotë dhe të evitojë kurthet eventuale. Shembulli në fjalë nuk është i lidhur me këtë temë dhe si i tillë nuk duhet t'u formulohet nxënësve.

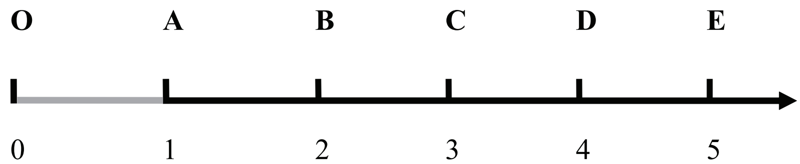
1.5. Gjysmëdrejtëza numerike

Qëllimet

Nxënësit:

− përvetësojnë nocionin e gjysmëdrejtëzës numerike dhe kuptojnë rëndësinë e saj për paraqitjen e vargut të numrave natyrorë:
- segmenti njësi OA;
- gjysmëboshti numerik është i pafundmë (në anën e djathtë), si dhe vargu i numrave natyrorë është i pafundmë, nuk ekziston numri më i madh natyror;
- secilit numër natyror mund t'i shoqërohet saktësisht një pikë në gjysmëdrejtëzën numerike;
- renditja e vargut të numrave natyrorë dhe radhitja e pikave përkatëse në gjysmëdrejtëzën numerike.

Të gjitha vetitë e numrave natyrorë që i kemi mësuar mund t'i kuptojmë më lehtë, në qoftë se i paraqesim në mënyrën e mëposhtme. Le të vizatojmë gjysmëdrejtëzën me zanafillë në pikën O dhe në gjysmëdrejtëzën vizatojmë pikën A. Të shënojmë pikën O me numrin 0, kurse pikën A me numrin 1.



Segmenti OA në gjysmëdrejtëzën e dhënë quhet segmenti njësi. Në qoftë se mbas pikës A vendosim segmentet njësi, përftojmë pikat e reja B, C, D, E ... Segmenti OB është dy herë më i gjatë sesa segmenti OA, prandaj pikës B do t'i shoqërojmë numrin 2. Meqenëse segmenti OC është tri herë më i gjatë sesa segmenti OA, pikës C do t'i shoqërojmë numrin 3 etj. Kështu kemi përftuar gjysmëdrejtëzën në të cilën janë paraqitur numrat natyrorë, prandaj ajo quhet gjysmëdrejtëza numerike.

Detyrat 1, 2 dhe 3 nga Teksti duhet të shërbejnë si ushtrime. Më tutje të sqarohet se si në gjysmëdrejtëzën numerike mund të paraqiten numrat "e mëdhenj" (detyrat 4 – 9).

Në qoftë se shqyrtojmë dy numra natyrorë të ndryshëm në gjysmëdrejtëzën numerike, atëherë mund të vërejmë disa veti:

− më i vogël është ai numër që në boshtin numerik ndodhet në anën e majtë në lidhje me tjetrin, me fjalë të tjera më i vogël është ai që ndodhet më afër zeros;

− në qoftë se ndërmjet atyre dy numrave nuk ka numra të tjerë natyrorë, atëherë ata numra janë të njëpasnjëshëm;

− në qoftë se ndërmjet atyre dy numrave ka edhe numra të tjerë natyrorë, atëherë gjithnjë mund t'i numërojmë sa sish ka.

Detyra: Të sqarohet, me anën e gjysmëdrejtëzës numerike, në cilën anë nga pika që i përgjigjet numrit 9 nevojitet të lëvizet me qëllim që të përshkohen të gjithë numrat: *a*) më të vegjël se 9; *b*) më të mëdhenj se 9.

1.6. Numrat çift dhe tek

Qëllimet:

Nxënësit:

- i emërtojnë dhe i shënojnë numrat çift dhe numrat tek;
- i klasifikojnë numrat natyrorë në numra çift dhe në numra tek.

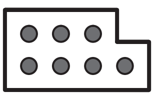
Të rikujtohen nxënësit se të gjithë numrat natyrorë i ndajmë në numra çift dhe numra tek. Të rikujtohen se për cilët numra themi se janë çift dhe për cilët themi se janë tek. Të tregohet se si shënohet një numër i çfarëdoshëm natyror çift apo një numër i çfarëdoshëm tek. Pastaj përcaktohet se çfarë është shumë e dy numrave natyrorë çift; pastaj çfarë është shuma e dy numrave natyrorë tek; dhe në fund çfarë është shuma e numrit çift dhe numrit tek.

Së pari të përpunojmë disa shembuj konkretë, si eksperiment:

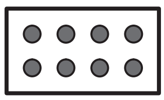
$$2 + 8 = 10,\ 3 + 5 = 8,\ 8 + 7 = 15.$$

Përsërisim edhe disa shembuj të tjerë të ngjashëm.

Tani bëjmë shqyrtime më të gjera të këtyre pyetjeve. Secilin numër natyror mund ta shkruajmë në mënyrën e mëposhtme: numrin çift mund ta shkruajmë me anë të shiritit që ka formën e drejtkëndëshit, kurse numrin tek mund ta shkruajmë me anë të shiritit që ka formën e drejtkëndëshit me "dhemb". Për shembull: :



Numri 7 i paraqitur me shirit



Numri 8 i paraqitur me shirit

Të tentojmë tani, me ndihmë të tabelës, të sqarojmë se çfarë do të jetë shuma e dy numrave çift, shuma e dy numrave tek dhe shuma e një numri çift dhe një numri tek:

Paraqet mbledhësin e parë	Paraqet mbledhësin e dytë	Shuma e paraqitur me shirit
		
		
		

Shohim se kur mbledhim dy numra çift, atëherë "palosim dy drejtkëndësha", përftojmë drejtkëndëshin, d.m.th. numrin çift. Kur mbledhim dy numra tek, atëherë palosim dy drejtkëndësha me "dhembë", prandaj rishtas përftojmë drejtkëndëshin, d.m.th. numrin çift. Në fund, kur mbledhim një numër çift dhe një numër tek, atëherë palosim drejtkëndëshin me drejtkëndëshin me “dhemb”, dhe si rezultat përftojmë drejtkëndëshin me “dhemb”, gjegjësisht numrin tek.

Duke zbatuar shembullin paraprak përgjigjuni në pyetjet:

1. Sikur të imagjinojmë tre numra natyrorë të çfarëdoshëm, a mundet që ndërmjet tyre të gjinden dy numra të tillë që shuma të jetë numër çift?

2. Çfarë është shuma e tre numrave të njëpasnjëshëm të çfarëdoshëm?

3. Çfarë numri është ndryshimi i dy numrave çift?

4. Çfarë numri është ndryshimi i dy numrave tek?

5. Çfarë numri është ndryshimi i një numri çift dhe një numri tek?

6. Çfarë numri është ndryshimi i një numri tek dhe një numri çift?

1.7. Numrat më të mëdhenj se 1 000 000

Qëllimet

Nxënësit:

- e kuptojnë strukturën, lexojnë dhe shkruajnë numrat natyrorë më të mëdhenj se një milion në sistemin numerik dhjetor;
- përdorin terminologjinë e përvetësuar dhe kuptojnë domethënien e saj, klasat, disa njësi dhjetore;
- përdorin numrat e mëdhenj për shënimin, për shembull, të numrit të banorëve të ndonjë qyteti, shteti etj;
- krahasojnë numrat natyrorë.

Principi i përvetësuar i leximit dhe shkrimit të numrave deri në një milion duhet të zgjerohet edhe për klasa të reja, d.m.th. klasa të rendit më të lartë:

- ndarja e numrit në klasa, ku secila klasë përmban tri shifra, prej anës së djathtë në anën e majtë, ashtu që klasa e rendit më të lartë mund të ketë një, dy apo tri shifra,

- leximi, prej anës së majtë në anën e djathtë, klasë mbas klase, duke emërtuar në veçanti secilën klasë.

Katër klasat e para janë klasat e njësheve, klasat e mijësheve, klasat e milionësheve dhe klasat e miliardave. Gjatë leximit, secila klasë lexohet si një numër treshifror dhe theksohet emri i klasës. Gjatë shënimit të numrave shumëshifrorë, mes klasave tradicionalisht bëhet një distancë e vogël.

Detyrë: Të lexohen numrat që janë shënuar në tabelën e mëposhtme:

Klasa e miliardave			Klasa e milionëve			Klasa e mijësheve			Klasa e njësheve		
Q	Dh	Nj	Q	Dh	Nj	Q	Dh	Nj	Q	Dh	Nj
					4	9	8	7	3	5	0
				5	3	0	0	4	1	2	7
			7	0	3	0	5	3	7	6	8
		2	0	7	4	3	0	0	0	0	4
	5	4	0	0	9	0	0	6	0	3	5
4	0	0	9	9	9	0	0	0	5	8	9

Të rikujtohet se nga dy numra të dhënë, njëri në lidhje me tjetrin mund të jetë ose më i madh, ose i barabartë, ose më i vogël. Me anë të analizës dhe krahasimit të numrave të shënuar në tabelën e sistemit numerik dhjetor mund të përcaktohet raporti i tyre dhe të realizohen përgjithësime të nevojshme:

- nga dy numra të dhënë, më i madh është ai që ka më shumë shifra;
- nga dy numra të dhënë me numër të barabartë shifrash, më i madh është ai numër, njësia më e lartë e të cilit është më e madhe; në veçanti, më i madh është ai numër, shifra e parë e majtë e të cilit është më e madhe;
- nga dy numra natyrorë me numër të barabartë shifrash, të cilët kanë disa shifra të para të barabarta duke nisur nga ana e majtë, më i madh është ai numër, te i cili paraqitet së pari shifra më e madhe në krahasim me numrin e dytë;
- dy numra natyrorë janë të barabartë, në qoftë se kanë numër të barabartë shifrash dhe, nëse çdo shifër e numrit të parë është e barabartë me shifrën përkatëse të numrit të dytë.

Pasojnë ushtrimet në shembujt që i përgatit arsimtari dhe detyrat nga Teksti dhe Përmbledhja.

Në fund të orës së dytë mësimore është i mundshëm ushtrimi i shkurtër kontrollues me informatë kthyese.

Ushtrime kontrolli (20 min)

1. (a) Shënoji me shifra numrat: dhjetë milionë e njëqind e tridhjetë mijë e pesë, tetëqind mijë e tetë, treqind e njëzet e tetë mijë e tetëdhjetë e katër.

   (b) Shënoji me shkronja numrat: 2 603, 80 002, 23 020 305. Ç' vlerë vendore ka shifra 2 në numrat e përmendur?

2. Shënoji numrat e përcaktuar me shprehjet:

   (a) $5 \cdot 1\,000\,000 + 7 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 9$;

   (b) $4 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^7 + 7 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 3$.

3. Numrat e mëposhtëm të shkruhen në formën e shumës së prodhimeve të numrave njëshifrorë dhe njësive dhjetore 62 987, 5 840 309, 90 567 080 013.

4. Të renditën sipas madhësisë, prej më të voglit deri te më i madhi, numrat: 473 548, 36 058 827, 2483 559, 36 058 872, 437 584.

5. Të shkruhet numri më i madh gjashtëshifror në të cilin secila shifër 7, 5, 0, 2, 4, 9 paraqitet saktësisht një herë.

1.8. Mbledhja në bashkësinë N_0

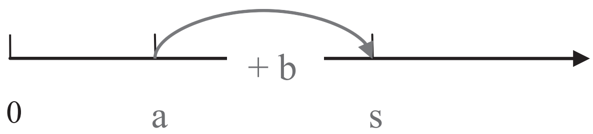
Qëllimet

Nxënësit:

- përsërisin mbledhjen e numrave natyrorë në kuadrin e mijëshes së parë;
- përsërisin rëndësinë e nocioneve: mbledhës dhe shumë;
- kuptojnë vetitë e zeros si mbledhës dhe vetitë e numrit 1 së bashku me nocionin pasardhës (pasues);
- përsërisin dhe zbatojnë vetitë e mbledhjes së numrave natyrorë;
- zbatojnë vetitë e mbledhjes si lehtësime gjatë llogaritjeve.

Si detyra hyrëse të përdoren shembujt e llogaritjes së shumës në kuadrin e mijëshes së parë.

Mbledhja përkufizohet si numërim i shkurtuar, d.m.th. mbledhësit të parë i shtohen njëshet, një nga një, të mbledhësit të dytë (për shembull numri 15 ka 15 njëshe në këtë kontest). Në mënyrë të përgjithshme procesi paraprak mund të paraqitet në gjysmëdrejtëzën numerike.



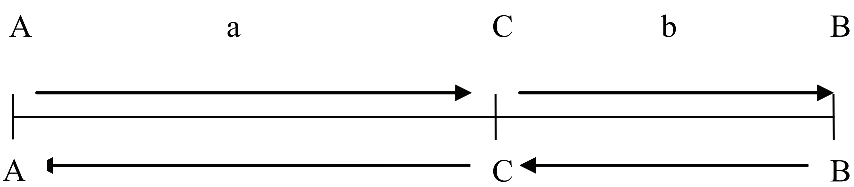
$a + b = s$, mbledhësit të parë a i shtohet mbledhësi i dytë b, me ç'rast përftohet shuma s.

Komutacioni dhe asociacioni i mbledhjes janë veti të njohura që më herët. Tani duhet të përsëriten ato veti dhe duhet treguar se ato veti vlejnë për tërë bashkësinë N.

Në përgjithësi domethënia e komutacionit dhe asociacionit mund të paraqitet në mënyrë grafike.

Për shembull:

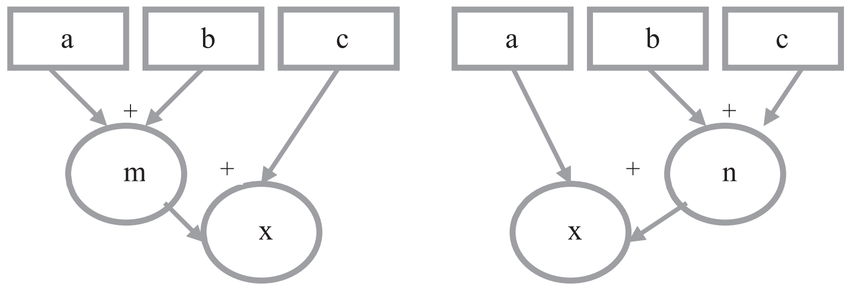
1. Mirani niset nga vendi A në vendin B, kurse Afërdita nga vendi B në vendin A. Ata takohen në vendin C, pushojnë pak e bisedojnë, mandej të dy vazhdojnë rrugën e vet.



Mirani dhe Afërdita kanë kaluar gjithsej rrugë të barabarta, sipas renditjes së kundërt të etapave, d.m.th

$$a + b = b + a.$$

Shoqërimi i mbledhësve mund të paraqitet në shembullin e mëposhtëm;



$(a + b) + c = m + c = x$ $a + (b + c) = a + n = x$

Të zbatohet komutacioni dhe asociacioni si mundësi e lehtësimit gjatë njehsimit të shumës.

Detyrë. Të njehsohet me gojë shuma e numrave të dhënë, duke zbatuar komutacionin dhe asociacionin:

1) $999 + 777 + 1 + 888 + 223 + 112$;

2) $909 + 606 + 707 + 101 + 404 + 303$;

3) $888 + 777 + 666 + 223 + 334 + 412$.

Njehsimi me gojë shkakton përqendrimin e kujdesit, fuqinë e vërejtjes, këmbënguljen e shkathtësinë dhe nevojitet të ushtrohet intensivisht. Pra duhet të formulohen sa më shumë detyra në të cilat kërkohet njehsim me gojë.

Vijojnë ushtrimet me shembujt të cilët i zgjedh arsimtari dhe detyrat nga Teksti.

1.9. Mbledhja (me shkrim)

Qëllimet

Nxënësit:

- përvetësojnë procesin e mbledhjes me shkrim të numrave shumëshifrorë;
- zgjidhin detyra problemore.

Nxënësit e kanë të njohur nga klasat e mëhershme mbledhjen e numrave treshifrorë në kuadrin e mijëshes së parë, d.m.th. në kuadrin e klasës së parë. Procesi i mbledhjes tani duhet të zgjerohet edhe në kuadrin e klasës së dytë të sistemit dhjetor numerik.

Si detyra hyrëse të përdoren shembujt e mbledhjes së numrave treshifrorë në kuadrin e mijëshes së parë.

Të analizohet procesi i mbledhjes, duke pasur parasysh mbi dy rastet: pa kalim dhe me kalim të njësisë dhjetore. Të sqarohet se çfarë përftohet dhe si shënohet, duke vërejtur: procesin e përshkruar do ta vazhdojmë ta zbatojmë në klasat e ardhshme, d.m.th. në klasat e rendit më të lartë, gjatë mbledhjes së numrave shumëshifrorë. Do ta tregojmë këtë në një shembull. Klasat e njësheve të mbledhësve të zgjidhet ashtu që ata të jenë mbledhësit e njërës prej detyrave hyrëse.

	2	4	5
+	7	3	2
	9	7	7

		1	
	6	2	7
+	7	4	5
1	3	7	2

	1	1		1	1		1	
	1	4	7	3	5	6	2	7
+	3	8	6	2	9	7	4	5
	5	3	3	6	5	3	7	2

Tek mbledhja me shkrim është shumë me rëndësi që numrat të nënshkruhen në mënyrë të përpiktë njëri nën tjetrin, njëshet nën njëshe, dhjetëshet nën dhjetëshe, qindëshet nën qindëshe, etj.

Mund të mbledhim njëkohësisht disa numra:

<table>
<tr>
<td>
<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>9</td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td>3</td><td>5</td><td>3</td><td>7</td></tr>
<tr><td>+</td><td></td><td>6</td><td>7</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>5</td><td>5</td><td>0</td><td>6</td></tr>
</table>
</td>
<td>Njehsojmë:
1) 5 + 7 + 4 = 16,

2) 1 + 9 + 3 + 7 = 20,

3) 2 + 2 + 5 + 6 = 15,

4) 1 + 1 + 3 = 5.</td>
<td>Shkruajmë:
1) 6 nën njëshet, 1 i shtojmë dhjetësheve;
2) 0 nën dhjetëshet, 2 i shtojmë qindësheve;
3) 5 nën qindëshet, 1 i shtojmë mijësheve;
4) 5 nën mijëshet.</td>
</tr>
</table>

Vijojnë ushtrimet me detyrat nga Teksti dhe Përmbledhja.

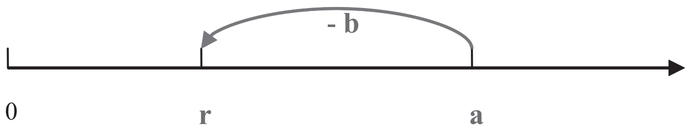
1.10. Zbritja në bashkësinë N_0

Qëllimet

Nxënësit:

- përsërisin nocionin e të zbritshmit, zbritësit dhe ndryshimit;
- kuptojnë nocionin e kryerjes së veprimit algjebrik të zbritjes në bashkësinë e numrave natyrorë;
- kuptojnë vetitë e zeros si zbritës dhe të ndryshimit;
- kuptojnë vetitë e numrit 1 te zbritja − përftimi i paraardhësit.

Zbritja përkufizohet si numërim i kundërt i shkurtër, d.m.th. nga numri i parë (i zbritshmi) zbriten njësitë e numrit të dytë (zbritësit) (numërohet në të kundërtën për aq njësi sa ka zbritësi)



$a - b = r$, nga i zbritshmi *a* zbritet zbritësi *b*, me ç'rast përftohet ndryshimi *r, a > b*.

Në pjesën vijuese të orës është e nevojshme që të paraqitet dhe të sqarohet nocioni i kryerjes së veprimit të zbritjes në bashkësinë e numrave natyrorë. Detyra hyrëse mund të shërbejnë shembujt e ndryshimit të numrave natyrorë. Për shembull:

a) 756 – 567; b) 568 – 578; c) 965 – 999.

Në kuadër të informatave kthyese dhe analizës, nga nxënësi të kërkohet që vetë të sqarojnë pamundësinë e zbritjes në shembujt e dhënë. Duke analizuar shembujt nxënësit duhet të vërejnë se për disa numra natyrorë mund të përcaktohet ndryshimi në bashkësinë N, kurse për disa ndryshimi nuk është i mundshëm. Pikërisht ky konstatim tregon se zbritja nuk mund të kryhet gjithmonë në bashkësinë N, d.m.th. ekzistojnë numra natyrorë, ndryshimi i të cilëve nuk është numër natyror. Pra, zbritja nuk është e mundshme në bashkësinë N_0 **,në qoftë se zbritësi është më i madh se i zbritshmi.**

Në rastet kur zbritësi është 0, atëherë ndryshimi është i barabartë me të zbritshmin a – 0 = a.

Numri që është për 1 më i vogël se numri *a* është paraardhës i numrit *a* dhe shënohet me *a* – 1.

Ndryshimi i dy numrave të barabartë është 0: a – a = 0.

Vijojnë ushtrimet e detyrave nga Teksti dhe Përmbledhja.

1.11. Zbritja

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë procesin e zbritjes me shkrim të numrave shumëshifrorë;
- zbatojnë dituritë e arritura më herët mbi mbledhjen dhe zbritjen dhe raportin e tyre reciprok.

Nxënësit në klasat më të hershme e kanë të njohur zbritjen e numrave treshifrorë. Të analizohet procesi i zbritjes duke pasur parasysh mbi dy rastet: pa kalim dhe me kalim të njësisë dhjetore. Të vihet re se çfarë përftohet dhe si shënohet, duke vërejtur se procesin e përshkruar do ta vazhdojmë ta zbatojmë edhe në klasat e ardhshme (klasat e rendit më të lartë) te zbritja e numrave shumëshifrorë. Do ta tregojmë këtë në një shembull.

Klasat e njësheve të të zbritshmit dhe të zbritësit të zgjidhen ashtu që të jenë i zbritshmi dhe zbritësi i një detyre hyrëse. Për shembull, në qoftë se njëra nga detyrat hyrëse ka qenë 470 – 128, të zgjidhet detyra 653 470 – 61 128:

	4	7	10 0
-	1	1 2	8
	3	4	2

0 Nj – 8 Nj nuk mund të zbresim, prandaj të zbritshmin e zmadhojmë për 1 Dh.

10 Nj – 8 Nj = 2 Nj

Nën numrin 7 shkruajmë 1 (ose vendosim pikën)

7 Dh – 1 Dh – 2 Dh = 4Dh

	6	5	3	4	7	10 0
-	1	6	1	1	1 2	8
	5	9	2	3	4	2

Rekomandojmë që nxënësit gradualisht të njoftohen dhe të përvetësojnë procesin e paraqitur të zbritjes së numrave natyrorë, ashtu që në mënyrë të qartë të tregohet se çfarë nga çka zbritet dhe sa mbetet.

Verifikimi i saktësisë së ndryshimit kryhet duke lidhur mbledhjen dhe zbritjen, d.m.th. duke mbledhur ndryshimin dhe zbritësin përftohet i zbritshmi.

Pastaj vijojnë ushtrimet e detyrave nga Teksti dhe Përmbledhja.

1.12. Varësia e shumës nga ndryshimi i mbledhësve. Pandryshueshmëria e shumës

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojmë varësinë e shumës nga një mbledhës apo nga të dy mbledhësit;
- kuptojmë pandryshueshmërinë e shumës, në qoftë se një mbledhës zmadhohet, kurse mbledhësi tjetër zvogëlohet pikërisht për numrin tjetër;
- zbatojmë pandryshueshmërinë e shumës si një shkurtesë gjatë njësimit të shumës.

Si detyrë hyrëse mund të përdoret plotësimi i tabelës për njësimin e shumës në bazë të të cilës nxënësit do të mund të vërejnë dhe të kuptojnë se shuma zmadhohet, d.m.th. rritet, nëse mbledhësit zmadhohen d.m.th. rriten. Duke vëzhguar tabelën në drejtimin e kundërt mund të vihet re se shuma zvogëlohet, gjegjësisht zbritet, në qoftë se mbledhësit zvogëlohen, d.m.th. zbriten.

Në bazë të asociacionit të mbledhjes nuk është vështirë të kryhen përgjithësimet e nevojshme.

Në qoftë se a + b = c, atëherë .... d.m.th.

- në qoftë se mbledhësi zmadhohet për n atëherë edhe shuma zmadhohet për n,
- në qoftë se mbledhësi zvogëlohet për n atëherë edhe shuma zvogëlohet për n.

Vijojnë ushtrimet në shembujt që i përgatit arsimtari dhe detyrat nga Teksti.

Në fund të orës është i mundshëm ushtrimi dhjetëminutësh me informatë kthyese.

1. Në qoftë se $a + b = 89\ 543$, të njehsohen

a) (a + 746) + b; b) a + (b – 4 758);

c) (a + 4 678) + (b – 3 789); d) (a – 567) + (b – 1 200).

2. Shuma e dy numrave është 6750. Të njehsohet se çfarë do të ndodhë me shumën, në qoftë se:

a) një mbledhës zmadhohet për 1 400?

b) një mbledhës zvogëlohet për 2 569?

c) një mbledhës zvogëlohet për 5 670, kurse i dyti zmadhohet për 3 654?

Nxënësit e kanë të njohur pandryshueshmërinë e shumës së numrave të mijëshes së parë. Kjo dituri tani duhet të zgjerohet në tërë bashkësinë e numrave natyrorë

Si shembull hyrës mund të përdoret shembulli nga Teksti.

Vijojnë ushtrimet e detyrave nga Teksti dhe Përmbledhja.

1.13. Varësia e ndryshimit nga ndërrimi i të zbritshmit dhe zbritësit. Pandryshueshmëria e ndryshimit

Qëllimet

Nxënësit:

- e kuptojnë varësinë e ndryshimit nga i zbritshmi ose zbritësi;
- kuptojnë pandryshueshmërinë e ndryshimit, në qoftë se i zbritshmi dhe zbritësi zmadhohen apo zvogëlohen njëkohësisht për të njëjtin numër;

Zbatojmë pandryshueshmërinë e ndryshimit si shkurtesë gjatë llogaritjes së ndryshimit.

Si detyrë hyrëse mund të përdoret plotësimi i tabelës, kësaj here për llogaritjen e ndryshimit, në bazë të të cilës nxënësit do të vënë re dhe të kuptojnë se:

- në qoftë se i zbritshmi zmadhohet, atëherë zmadhohet edhe ndryshimi;
- në qoftë se i zbritshmi zvogëlohet, atëherë zvogëlohet edhe ndryshimi;
- në qoftë se zbritësi zmadhohet, atëherë ndryshimi zvogëlohet;
- në qoftë se zbritësi zvogëlohet, atëherë ndryshimi zmadhohet.

a	b	a – b
2008	108	
2008 + 862	108	
2008 – 568	108	
2008 + 2002	108	

a	b	a – b
2009	109	
2009	109 + 281	
2009	109 – 87	
2009	109 – 108	

Në fund të orës së parë rekomandohet ushtrimi dhjetëminutash me informatë kthyese.

1. Në qoftë se a – b = 3 678, të njehsohet:

   a) (a – 1 456) – b; b) (a + 2 123) – b; c) a – (b – 2 456); d) a – (b + 897).

2. Ndryshimi i dy numrave është 200 564. Të njehsohet çfarë do të ndodhë me ndryshimin, në qoftë se:

a) i zbritshmi zmadhohet për 3 045?

b) zbritësi zvogëlohet për 5 789?

c) zbritësi zmadhohet për 77 777?

d) i zbritshmi zvogëlohet për 4 899?

Ora e dytë t'i kushtohet pandryshueshmërisë së ndryshimit dhe zbatimit të kësaj vetie si shkurtesë gjatë njehsimeve. Si detyrë hyrëse të shërbejë detyra 2 nga Teksti, në bazë të të cilës nxënësit mund të vënë re dhe të kuptojnë se:

- ndryshimi nuk ndryshohet, në qoftë se i zbritshmi dhe zbritësi zmadhohen për të njëjtin numër; gjithashtu ndryshimi nuk ndryshohet, në qoftë se i zbritshmi dhe zbritësi zvogëlohen për të njëjtin numër.

Pasojnë ushtrimet e detyrave nga Teksti dhe Përmbledhja.

1.14. Lidhja e mbledhjes dhe e zbritjes

Qëllimet

Nxënësit:

- përdorin dituritë e arritura më herët mbi mbledhjen dhe zbritjen dhe lidhjen e tyre reciproke;
- kuptojnë lidhjen reciproke të këtyre veprimeve nëpër verifikimin e saktësisë së rezultateve të mbledhjes, gjegjësisht, të zbritjes.

Në pjesën hyrëse të orës të përdoret shembulli nga Teksti, në bazë të të cilit arrihet deri te përgjithësimi.

Lidhja reciproke e mbledhjes dhe zbritjes mund të paraqitet kështu:

Në mënyrë grafike janë paraqitur disa barazime, saktësia e të cilave është e qartë:

(1) $a + b = s$,

(2) $s – a = b$, $b = s – a$,

(3) $s – b = a$, $a = s – b$.

Duke krahasuar barazimet (2) dhe (3) me (1), mund të thuhet se mbledhësi i panjohur përftohet kur nga shuma zbritet mbledhësi i njohur.

Duke krahasuar (1) me (2) dhe (3), mund të ceket rregulla – në qoftë se mblidhen ndryshimi dhe zbritësi, si rezultat përftohet i zbritshmi.

Duke krahasuar (2) dhe (3) vërejmë se vlen rregulla – në qoftë se nga i zbritshmi zbritet ndryshimi, atëherë përftohet zbritësi.

Vijojnë ushtrimet mbi lidhjen e zbritjes dhe mbledhjes me anë të shembujve të cilat i përgatit arsimtari, si dhe me anë të detyrave nga Teksti.

1.15. Ekuacionet në lidhje me mbledhjen dhe zbritjen

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet e përvetësuara më herët: barazimin, barazimin e saktë apo të pasaktë;
- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet e përvetësuara më herët: ekuacionin dhe zgjidhjen e tij;
- kuptojnë dhe zbatojnë lidhjen reciproke të mbledhjes dhe zbritjes;
- zgjidhin ekuacionet që kanë formën $a + x = b$, $a – x = b$ dhe $x – a = b$.

Plani i punës:

Së pari të rikujtojmë se çfarë është barazimi. Le të japim disa shembuj të barazimeve:

1) $5 + 8 = 13$; 2) $25 + a = 31$; 3) $x - 37 = 13$; 4) $79 - x = 15$.

Në lidhje me shenjën =, ekzistojnë ana e majtë dhe ana e djathtë e barazimit. Në qoftë se ana e majtë është e barabartë me anën e djathtë, atëherë themi se ekuacioni është i saktë.

Te barazimet që përmbajnë edhe të panjohurën:

1) $25 + a = 31$; 2) $x - 37 = 13$; 3) $79 - x = 15$,

saktësia varet nga vlera e të panjohurës. Këto barazime i quajmë barazime të kushtëzuara apo ekuacione.

Për shembujt e përmendur mund të përcaktojmë edhe me gojë vlerat e të panjohurës për të cilën barazimi është i saktë.

1) $25 + a = 31$, mbledhësi i panjohur $a = 6$, sepse $25 + 6 = 31$;

2) $x - 37 = 13$, i zbritshmi i panjohur $x = 50$, sepse $50 - 37 = 13$;

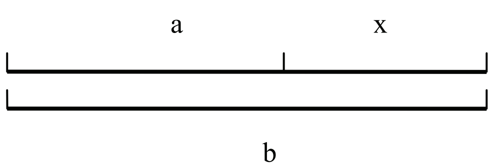
3) $79 - x = 15$, zbritësi i panjohur $x = 64$, sepse $79 - 64 = 15$.

Vlera e të panjohurës për të cilën barazimi është i saktë quhet zgjidhje e ekuacionit.

Të përpunohet edhe shembulli me peshore. Ky shembull shërben që disa ligjshmëri matematike të kuptohen në mënyrë të qartë dhe kjo duhet theksuar posaçërisht.

Në këtë moment do të njoftojmë vetëm disa forma të thjeshta të ekuacioneve. Bëhet fjalë mbi ekuacionet e formës $a + x = b$, $a - x = b$ dhe $x - a = b$. Këto ekuacione mund të zgjidhen në bazë të lidhshmërisë reciproke të veprimeve të kundërta algjebrike, mbledhjes dhe zbritjes, çfarë mund të paraqitet grafikisht.

Në mënyrë grafike janë paraqitur barazimet



$a + x = b$, $b - x = a$. Gjithashtu vërehet edhe barazimi $x = b - a$, që është forma e zgjidhur e dy ekuacioneve të para, d.m.th. mbledhësi i panjohur është i barabartë me ndryshimin e shumës dhe mbledhësit të njohur, gjegjësisht zbritësi i panjohur është i barabartë me ndryshimin e të zbritshmit dhe ndryshimit. I zbritshmi i panjohur në ekuacionin që ka formën $x - a = b$, përftohet drejtpërdrejt në bazë të lidhjes ndërmjet zbritjes dhe mbledhjes, d.m.th. $x = a + b$.

Më tutje pasojnë ushtrimet në shembujt që i përgatit arsimtari dhe në detyrat nga Teksti.

Kini kujdes se në Tekst dhe në Doracak përdoret termi e panjohura. Shpeshherë, përndryshe, përdoren edhe terma të tjera, si për shembull, ndryshorja. Ne këshillojmë që në këto situata të përdoret termi e panjohura, sepse është më adekuat. Termi ndryshorja lidhet me nocionin e funksionit. Mirëpo, arsimtari mund të tërheqë vëmendjen nxënësve se krahas termit e panjohur, nganjëherë përdoren edhe terma të tjera, me qëllim që nxënësit të mos gabohen, në rast se konsultohen me literaturë tjetër.

1.16. Inekuacione në lidhje me mbledhjen dhe zbritjen

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet e reja: mosbarazimi, mosbarazimi i saktë ose i pasaktë;
- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet: inekuacioni dhe zgjidhja e inekuacionit;
- zgjidhin inekuacionet që kanë formën $x + a < b$, $x + a > b$, $x – a < b$, $x – a > b$.

Formulën që ka formën $a < b$ ose $b > a$ e quajmë mosbarazim dhe lexojmë, siç dimë nga më herët: “a është më i vogël se b “, “b është më i madh se a”.

Të japim disa shembuj të mosbarazimeve:

1) $5 < 8$; 2) $x < 5$; 3) $5 + x < 14$; 4) $x – 2 > 7$.

Mosbarazimet mund të jenë të sakta ose të pasakta. Për shembull: $5 < 8$ është mosbarazim i saktë, kurse $5 > 10$ është mosbarazim i pasaktë.

Mosbarazimet që përmbajnë të panjohurën mund të jenë të sakta ose të pasakta, në varësi të vlerës e cila i shoqërohet të panjohurës. Për shembull në mosbarazimin $x < 5$

kur *x* merr vlerën	mosbarazimi merr formën	dhe ai është i
0	$0 < 5$	i saktë
1	$1 < 5$	i saktë
2	$2 < 5$	i saktë
3	$3 < 5$	i saktë
4	$4 < 5$	i saktë
5	$5 < 5$	i pasaktë
6	$6 < 5$	i pasaktë
7	$7 < 5$	i pasaktë

Saktësia e mosbarazimit që përmban të panjohurën është e kushtëzuar, gjegjësisht varet nga vlera e të panjohurës.

Kur në një mosbarazim përcaktojmë të gjitha vlerat e të panjohurës x (ose një shkronjë tjetër: m, n, p, ... që përdoret për shënimin e të panjohurës), për të cilat ai mosbarazim është i saktë ose i pasaktë, atëherë atë mosbarazim e quajmë **inekuacion**. Vlerat e të panjohurës për të cilat mosbarazimi është i saktë quhen **zgjidhjet e inekuacionit**. **Të zgjidhet inekuacioni** domethënë të përcaktohen të gjitha vlerat e të panjohurës për të cilat mosbarazimi është i saktë.

Tani për tani do të njoftohemi me disa forma të thjeshta të inekuacioneve, te të cilat një anë ka trajtën e shumës apo të ndryshimit.

Shembulli 1: $x + 2 < 8$.

Le të shqyrtojmë fillimisht ekuacionin $x + 2 = 8$; zgjidhja e tij është: $x = 8 – 2$, $x = 6$. Që mosbarazimi $x + 2 < 8$ të jetë i saktë, mbledhësi x duhet të jetë më i vogël se $8 – 2$, d.m.th. $x < 6$. Zgjidhjet janë numrat: 1, 2, 3, 4, 5. (Ky shembull është përpunuar në Tekst me ndihmën e peshores).

Në qoftë se e panjohura x ka vlerën më të madhe se 8 – 2, d.m.th. $x > 8 - 2$, atëherë shuma $x + 2$ është më madhe se 8,

$$x + 2 > 8,$$
$$x > 8 - 2,$$
$$x > 6.$$

Zgjidhje e inekuacionit $x + 2 > 8$ është çdo numër natyror më i madh se 6: 7, 8, 9,….

Domethënë, zgjidhje e inekuacionit që ka formën

$x + a < b$ është çdo $x < b - a$

kurse zgjidhja e inekuacionit që ka formën

$x + a > b$ është çdo numër $x > b - a$

Shembulli 2: $x - 15 < 6$.

Fillimisht shqyrtojmë ekuacionin $x - 15 = 6$, zgjidhja e të cilit është: $x = 6 + 15$, $x = 21$. Që mosbarazimi $x - 15 < 6$ të jetë i saktë, i zbritshmi x duhet të jetë më i vogël se 6 + 15, d.m.th. $x < 21$. Gjithashtu duhet të jetë $x \geq 15$, sepse **i zbritshmi nuk mund të jetë më i vogël sesa zbritësi.** Domethënë zgjidhjet e inekuacionit të dhënë janë numrat: 15, 16, 17, 18, 19, 20.

Në qoftë se e panjohura x ka vlerën më të madhe sesa 6 + 15, d.m.th. $x > 21$, atëherë ndryshimi $x - 15$ është më i madh se 6.

$$x - 15 > 6,$$
$$x > 6 + 15,$$
$$x > 21.$$

Zgjidhje e inekuacionit $x - 15 > 6$ është çdo numër natyror më i madh se 21: 22, 23, 24, ...

Domethënë, zgjidhje e inekuacionit që ka formën

$x - a < b$ është çdo $x < b + a$ dhe $x \geq a$

Kurse zgjidhje e inekuacionit që ka formën

$x - a > b$ është çdo $x > b + a$.

Pasojnë ushtrimet e shembujve që i përgatit arsimtari dhe i detyrave nga Përmbledhja.

1.17. Zbatimi i ekuacioneve dhe i inekuacioneve

Qëllimet

Nxënësit:

- zgjidhin detyra problematike duke zbatuar ekuacionet;
- zgjidhin detyrat problematike duke zbatuar inekuacionet me mbledhje dhe zbritje

Që rrjedha e zgjidhjes së detyrës problematike duke zbatuar ekuacionet dhe inekuacionet të jetë e suksesshme, janë të rëndësishëm këta “hapa”:

– së pari, mbajtja mend e detyrës;

– së dyti, vërejtja dhe të kuptuarit e madhësive të njohura dhe të panjohura;

– së treti, vërejtja dhe të kuptuarit e lidhshmërisë reciproke të madhësive të njohura dhe të panjohura;

– së katërti, shënimi i ekuacioneve, gjegjësisht inekuacioneve përkatëse;

– së pesti, zgjidhja e ekuacionit apo inekuacionit të shënuar;

– së gjashti, verifikimi i saktësisë së zgjidhjes.

Përgjigjet dhe zgjidhjet e detyrave nga Teksti

1. x = 84,

2. 35 300 000 banorë jetojnë në Tokio.

3. x + 99 541 > 100 000, x > 459. Afërdita ka mundur të imagjinojë numrin 460, 461, 462, ...

4. x – 12 511 < 799, x < 13 310 dhe *x* duhet të jetë më i madh se 12 511. Domethënë rruga mund të jetë prej 12 512 deri në 13 309.

5. Në shkollë tani ka më shumë se 1 185 nxënës.

6. x – 98 < 1 200, x < 1 298, dhe dihet se masa e tortës është më e madhe sesa 1 290 g. Prandaj masa e tortës mund të jetë 1 291, 1 292,. . . , 1 297g.

7. 1 958 + x ≤ 4 756, x ≤ 2 798.

8. x + 1 345 + 2 327 ≥ 5 674, x ≥ 2 002.

1.18. Shumëzimi në bashkësinë N

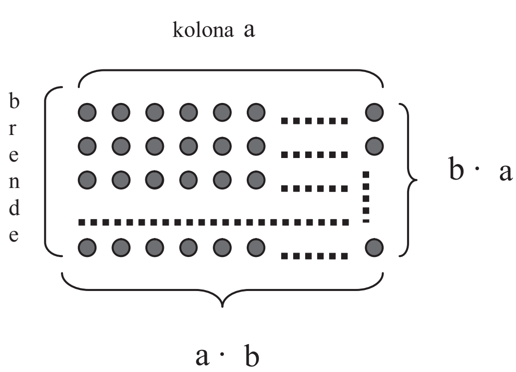
Qëllimet

Nxënësit:

– përsërisin njohuritë e arritura mbi shumëzimin e numrave në klasat e mëparshme dhe kuptojnë se njohuritë e arritura trashëgohen për tërë bashkësinë e numrave natyrorë;

– njohuritë e arritura më herët mbi ndërrimin e vendeve të faktorëve, d.m.th. komutacionin e shumëzimit dhe shoqërimin e faktorëve, gjegjësisht mbi asociacionin e shumëzimit, trashëgohen në tërë bashkësinë e numrave natyrorë N.

Shumëzimi të paraqitet si marrëveshje për shënim të shkurtuar të shumës së mbledhësve të barabartë, mirëpo tani edhe për numrat më të mëdhenj sesa 1 000.



Saktësia e njërit prej ligjeve themelore që vlen për shumëzimin, komutacionit të mbledhjes, për dy faktorë konkretë mund të paraqitet grafikisht:

d.m.th. $a \cdot b = b \cdot a$

Formulën e shënuar, gjegjësisht barazimin e shënuar mund ta interpretojmë kështu: “Prodhimi nuk do të ndryshojë, në qoftë se faktorët ndërrojnë vendet e tyre”.

Në mënyrë të ngjashme mund të paraqitet edhe asociacioni i shumëzimit për tre numra të çfarëdoshëm natyrorë.

Pasojnë ushtrimet e detyrave që i përgatit arsimtari dhe e detyrave nga Përmbledhja

1.19. Shumëzimi me njësi dhjetore

Qëllimet

Nxënësit:

- në bazë të mundësisë së shënimit të ndryshëm të njësive dhjetore të shumëfishta, kuptojnë edhe përdorin procesin e shumëzimit të numrit natyror me njësi dhjetore;
- Kuptojnë dhe përdorin procesin e shumëzimit të njësisë dhjetore të shumëfishtë me një numër njëshifror.

Ja dy shembuj të shënimit të ndryshëm të njësive dhjetore të shumëfishta:

$$6 \text{ mijë} = 6\,000 = 6 \cdot 1\,000,$$

$$6 \text{ milionë} = 6\,000\,000 = 6 \cdot 1\,000\,000.$$

Që të sqarojmë procesin e shumëzimit të njësisë dhjetore të shumëfishtë me një numër njëshifror ose me një numër dyshifror, mund të përdorim asociacionin e shumëzimit. Për shembull:

$$7 \cdot 20 = \underline{7 \cdot (2 \cdot 10) = (7 \cdot 2) \cdot 10 = 14 \cdot 10} = 140,$$
$$6 \cdot 700 = \underline{6 \cdot (7 \cdot 100) = (6 \cdot 7) \cdot 100 = 42 \cdot 100} = 4\,200,$$
$$56 \cdot 300 = \underline{56 \cdot (3 \cdot 100) = (56 \cdot 3) \cdot 100 = 168 \cdot 100} = 16\,800.$$

Në bazë të shembujve të përpunuar të përgjithësohet dhe të ceket procesi, gjegjësisht algoritmi i shumëzimit me njësi dhjetore të shumëfishtë (bëjmë shumëzimin me fillimin njëshifror, pastaj shumëzimit i shtojmë aq zero sa ka zero njësia dhjetore e shumëfishtë me të cilën shumëzojmë). Për shkaqe “ekonomike”, zakonisht evitojmë shënimet e atyre “hapave”, të cilët në shembujt paraprakë janë nënvizuar.

Mund të pasojnë ushtrimet në shembujt 8 dhe 19 nga Teksti.

Vijon zgjidhja e detyrave tekstuale duke shënuar shprehjet numerike përkatëse me më shumë veprime algjebrike dhe llogaritja e vlerës së shprehjes së shënuar.

Detyra 10. a) $511\,110 – 11 \cdot 1\,000 = 511\,110 – 11\,000 = 500\,110.$

b) $1\,000\,000 – 204 \cdot 1\,000 = 1\,000\,000 – 204\,000 = 796\,000.$

1.20. Shumëzim me numër njëshifror

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë procesin e shumëzimit të numrit shumëshifror me atë njëshifror;
- zgjidhin detyra tekstuale dhe shënojnë shprehjet përkatëse.

Nga klasat e përparshme është i njohur shumëzimi i numrave njëshifrorë dhe shumëzimi i numrave dyshifrorë me ata njëshifrorë.

Si detyra hyrëse mund të shërbejnë shembujt e shumëzimit të njësive dhjetore të shumëfishta me numër njëshifror, si dhe zbatimi i vetisë distributive (shpërndarëse) të shumëzimit sipas mbledhjes. Për shembull:

1. Njehso: 1) $7 \cdot 8$; 2) $7 \cdot 40$; 3) $500 \cdot 7$; 4) $90\ 000 \cdot 7$.

2. Shkruaje numrin e dhënë në trajtën e shumës së njësive të shumëfishta dhjetore:

   985 = ________________________ ,

   32 985 = ________________________ (numri i parë nga shembulli nga Teksti).

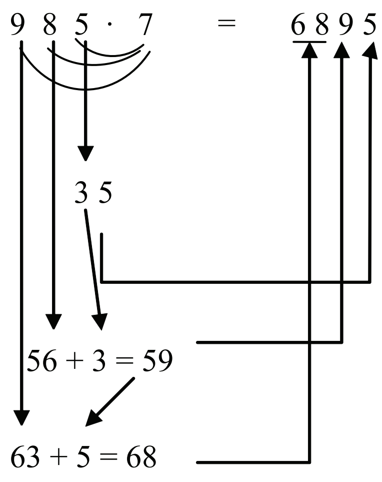
3. Të shkruhen përmbi vijën numrat që mungojnë, ashtu që barazimi të jetë i saktë:

   $985 \cdot 7 =$ _____ $\cdot\ 7 + 80 \cdot 7 +$ __ $\cdot\ 7$,

   $32\ 985 \cdot 7 = 30\ 000 \cdot$ ___ + ______ $\cdot\ 7 +$ _____ $\cdot\ 7 + 80 \cdot 7 +$ __ $\cdot\ 7$.

Qëllimi i orës realizohet, në këtë rast, në disa “hapa”, duke bërë analizën e nevojshme të punës së bërë, duke zbatuar njohuritë që janë përdorur për zgjidhjen e detyrave hyrëse.

$$
\begin{aligned}
985 \cdot 7 = \quad 7 \cdot 5\ J &= \quad 35,\\
7 \cdot 8\ D &= \quad 560,\\
7 \cdot 9\ S &= \underline{+\ 6\ 300}\\
& \quad\ \ 6\ 895,
\end{aligned}
$$



ose me formë më të shkurtër, ashtu që shënimi që ndodhet “nën” barazimin që simbolizon aktivitetin mendor, në punën e ardhshme të lihet jashtë.

Tani procesi i njëjtë të zbatohet në një numër të konsiderueshëm numrash. Të vazhdohet me ushtrime të shembujve nga Teksti dhe detyrave që i përgatit arsimtari.

1.21. Shumëzim me një numër dyshifror dhe treshifror

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë procesin e shumëzimit të numrit shumëshifror me numrin dyshifror dhe treshifror;
- kuptojnë dhe zbatojnë shënimin më të shkurtër të shumëzimit me një numër treshifror që përmban zeron në vendin e dhjetësheve.

Si detyra hyrëse të shërbejnë shembujt e shumëzimit të numrit shumëshifror me numër njëshifror dhe me numrin 10. Për shembull:

1. Të njehsohen: a) $7\,894 \cdot 6$; b) $4\,567 \cdot 10$; c) $67\,820 \cdot 10$.

2. Të shprehen me dhjetëshe numrat: a) 345 270 = _______ Dh; b) 986 000 = _________ Dh.

Në fillim nxënësit të rikujtohen se si bëhet shumëzimi me dhjetëshe të shumëfishtë. Duke zbatuar asociacionin e shumëzimit, procesi sillet në shumëzim me numrin njëshifror dhe numrin 10, me çfarë nxënësit janë të njoftuar. Për shembull:

$$89\,345 \cdot 70 = \underline{(89\,345 \cdot 7\,) \cdot 10 = 625\,415 \cdot 10} = 6\,254\,150$$

Pra, numri shumëshifror shumëzohet me shifrën e dhjetëshes, pastaj prodhimit të përftuar i shtohet një zero.

Nxënësit duhet të punojnë disa shembuj të ngjashëm, pikërisht duke zbatuar mënyrën e ekspozuar. Në punën e mëtejshme, pjesa e nënvizuar e shënimit të procesit të shumëzimit të numrit shumëshifror me dhjetëshen e shumëfishtë të lihet jashtë, mirëpo të nënkuptohet.

Shumëzimin me numër dyshifror do ta ekspozojmë duke zbatuar vetinë shpërndarëse të shumëzimit sipas mbledhjes.

$$\begin{aligned} 74 \cdot 83 &= 74 \cdot (80 + 3) \\ &= 74 \cdot 80 + 74 \cdot 3, \text{ shumëzimi i shumës} \\ &= 5\,920 + 222 \\ &= 6\,142 \end{aligned}$$

Procesi i shumëzimit të këtyre numrave shënohet shkurtimisht kështu:

$$\begin{array}{rl} \underline{74 \cdot 83} & \\ 222 & \text{(shumëzimi me shifrën e njësheve, } 74 \cdot 3) \\ \underline{+\,5\,920} & \text{(shumëzimi me shifrën e dhjetësheve, } 74 \cdot 80) \\ 6\,142 & \end{array}$$

Nxënësve duhet t'u tërhiqet vëmendja që të bëjnë nënshkrimin e përpiktë: njëshen nën njëshet, dhjetëshet nën dhjetëshe, qindëshet nën qindëshe ... Në fund pasojnë mbledhjet e shifrave të vlerës vendore të njëjtë. Pasojnë ushtrimet në shembuj të ngjashëm dhe në detyra nga Teksti.

Ora e dytë duhet t'i kushtohet shumëzimit me numra treshifrorë.

Për shembull:

$$\begin{aligned} 345 \cdot 423 &= 345 \cdot (400 + 20 + 3) \\ &= 345 \cdot 400 + 345 \cdot 20 + 345 \cdot 3 \\ &= 138\,000 + 6\,900 + 1\,035 \\ &= 145\,935 \end{aligned}$$

Procesi i shumëzimit shënohet shkurtimisht

$\underline{345 \cdot 423}$		
1 035	(prodhimi $345 \cdot 3$)	
6 900	(prodhimi $345 \cdot 20$)	
$\underline{+138\ 000}$	(prodhimi $345 \cdot 400$)	
145 935		

					3	4	5	·	4	2	3	
				1	0	3	5					
				6	9	0						
	+	1	3	8	0							
		1	4	5	9	3	5					

Zerot i lëmë jashtë, mirëpo në secilin hap të ardhshëm shënimin e fillojmë për një vend më majtas.

Pasojnë ushtrimet në shembujt e ngjashëm që i përgatit arsimtari dhe detyrat në Tekst.

Të përpunohet shembulli në Tekst në të cilin është sqaruar shënimi i shkurtuar i procesit të shumëzimit me numër treshifror që përmban zeron në vendin e dhjetësheve

1.22. Shumëzimi me 0 dhe 1. Prodhimi i faktorëve të barabartë

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë rolin e numrave 0 dhe 1 si faktorë;
- kuptojnë dhe zbatojnë shënimin e shkurtuar të prodhimit të faktorëve të barabartë në formën e fuqisë;
- njehsojnë vlerat e fuqisë – shumëzimit të faktorëve të barabartë.

Të jepen shembuj në të cilët numri 0 ose numri 1 paraqitet si mbledhës më shumë herë, të shënohet shuma në trajtën e prodhimit dhe të njehsohet vlera e shumës, gjegjësisht të prodhimit.

$$\underbrace{0+0+\cdots+0}_{a\ her\ddot{e}} = a \cdot 0 = 0, \quad \underbrace{1+1+\cdots+1}_{n\ her\ddot{e}} = n \cdot 1 = n.$$

Detyra: Të sqarohen me fjalë barazimet $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$, $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

Të paraqitet dhe të sqarohet shënimi i shkurtuar i prodhimit të faktorëve të barabartë në trajtën e fuqisë. Të sqarohet domethënia e fuqisë si tërësi unike e shënimit, pa sqaruar domethënien dhe përvetësuar nocionet dhe termat – eksponent, bazë e fuqisë. Për shembull kështu:

në qoftë se a është numër natyror (gjatë sqarimit mund të merret cilido numër natyror konkret), atëherë, sipas marrëveshjes, prodhimin e faktorëve të barabartë do ta shënojmë:

$a \cdot a = a^2$, dhe lexojmë: a në katror;

$a \cdot a \cdot a = a^2$, dhe lexojmë: a në të tretën;

$a \cdot a \cdot a \cdot a = a^2$, dhe lexojmë: a në të katërtën;

$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^2$, dhe lexojmë: a në të pestën;

$a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^2$, dhe lexojmë: a në të gjashtën.

Nxënësit i kanë të njohur shembujt e fuqisë së numrit 10. Këta shembuj mund të shërbejnë si detyra hyrëse.

Llogaritja e vlerës së fuqisë të përdoret për ushtrimin e shumëzimit në bashkësinë N.

Në fund të orës është i mundshëm një ushtrim i shkurtër me informatë kthyese

1. Shkruaji në formën e fuqisë:

   a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$ ________, b) $8 \cdot 8 \cdot 8 =$ _______, c) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$ ______.

2. Njehso:

   a) $12^2 =$ ___, b) $14^2 =$ ___, c) $5^3 =$ ___, d) $25^2 =$ ___.

3. Njehso vlerën e shprehjes:

   a) $10^2 \cdot 2^5 =$ ________, b) $10^4 \cdot 6^3 =$ ____, c) $3^3 \cdot 10^5 =$___, d) $13^2 \cdot 10^6 =$ ____.

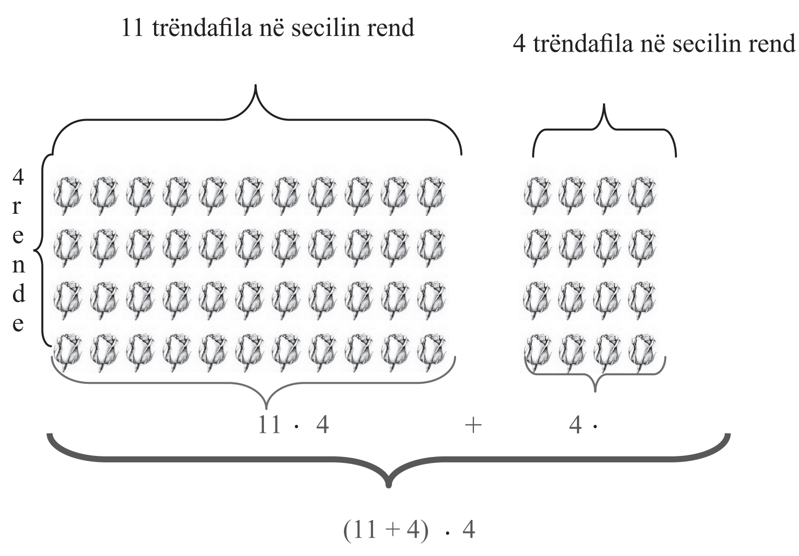
1.23. Shumëzimi i shumës dhe i ndryshimit

Qëllimet

Nxënësit:

- zbatojnë njohuritë e arritura më herët mbi shumëzimin e shumës dhe ndryshimit dhe kuptojnë se këto ligje kanë vend në tërë bashkësinë N;
- njehsojnë vlerat e shprehjeve me dy operacione në dy mënyra;
- veçojnë faktorin e përbashkët si shkurtesë (lehtësim) të mundshëm për njehsimin e vlerës së shprehjes.

Shumëzimi i shumës dhe i ndryshimit, gjegjësisht vetia shpërndarëse e shumëzimit sipas mbledhjes dhe zbritjes mund të paraqitet grafikisht si më poshtë:



d.m.th. $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

U rekomandojmë që nxënësve t'u vini në dukje faktet:

në qoftë se $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$, atëherë $a \cdot c + b \cdot c = (a + b) \cdot c$, dhe

në qoftë se $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$, atëherë $a \cdot c - b \cdot c = (a - b) \cdot c$,

pra në pyetje është procesi i kundërt, domethënë duke veçuar faktorin e përbashkët shuma ose ndryshimi i prodhimit sillet në shumëzimin e shumës, gjegjësisht të ndryshimit.

Pra, ligji distributiv (vetia shpërndarëse) duhet të ushtrohet në të dy drejtimet.

Për shembull:

$30 \cdot 182 + 30 \cdot 318 = (182 + 318) \cdot 30 = 500 \cdot 30 = 15\,000$;

$12 \cdot 3 \cdot 692 - 192 \cdot 36 = 36 \cdot 692 - 192 \cdot 36 = (692 - 192) \cdot 36 = 500 \cdot 36 = 18\,000$.

Vijojnë ushtrimet në shembujt që i përgatit arsimtari dhe detyrat nga Teksti.

Detyra 5.

Mënyra e parë:

Automjeti i parë për 1 orë mesatarisht kalon 67 km 500 m = 67 500 m, kurse për 4 orë kalon mesatarisht $67\,500 \cdot 4 = 270\,000$ m.

Automjeti i dytë për 1 orë mesatarisht kalon 78 km 300 m = 78 300 m, kurse për 4 orë kalon mesatarisht $78\,300 \cdot 4 = 313\,200$ m.

$270\,000 + 313\,200 = 583\,200$ m = 583 km 200 m,

që shkurtimisht mund ta shkruajmë:

$67\,500 \cdot 4 + 78\,300 \cdot 4 = 270\,000 + 313\,200 = 583\,200$ m = 583 km 200 m.

Mënyra e dytë:

Në hapin e parë, mbas zbërthimit në njësi të njëjta, të njehsojmë se cilën distancë të përgjithshme e kalojnë të dy automjetet:

$67\,500 + 78\,300 = 145\,800$ m,

Në hapin e dytë njehsojmë sa është distanca ndërmjet vendeve A dhe B:

$145\,800 \cdot 4 = 583\,200$ m = 583 km 200 m, që shkurtimisht mund ta shkruajmë:

$(67\,500 + 78\,300) \cdot 4 = 145\,800 \cdot 4 = 583\,200$ m = 583 km 200 m.

Detyra 6.

Mënyra e parë: $(75\,600 - 63\,300) \cdot 3 = 12\,300 \cdot 3 = 36\,900$ m = 36 km 900 m.

Mënyra e dytë: $75\,600 \cdot 3 - 63\,300 \cdot 3 = 226\,800 - 189\,900 = 36\,900$ m = 36 km 900 m.

Detyra 7.

Mënyra e parë: $(321 - 112) \cdot 11 = 209 \cdot 11 = 2\,299$ shikues ka pasur në tribunën e lindjes.

Mënyra e dytë: $321 \cdot 11 - 112 \cdot 11 = 3\,531 - 1\,232 = 2\,299$ shikues.

Në qoftë se në detyrë nuk është theksuar që të zgjidhet në dy mënyra, atëherë nxënësi mund të zgjedhë mënyrën që i përgjigjet më shumë.

Të tregohet se si, duke zbatuar procesin e shumëzimit të shumës dhe të ndryshimit, mund të njehsojmë më thjesht disa prodhime, për shembull:

$$209 \cdot 11 = 209 \cdot (10 + 1) = 209 \cdot 10 + 209 \cdot 1 = 2\,090 + 209 = 2\,299.$$

Procesi dhe teknika e këtillë zbatohet në veçanti gjatë njehsimit me gojë. Arsimtari duhet t'u tërheqë vëmendjen nxënësve që këtë lloj procesi ta ushtrojnë dhe rrjedhimisht të fitojnë rutinë dhe automatizim gjatë njehsimit me gojë.

1.24. Shembujt e shumëzimit me shkrim dhe me gojë

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe përdorin marrëveshjen që disa çifte kllapash të lihen jashtë (të mos shkruhen);
- përdorin njohuritë e arritura më herët mbi radhitjen e veprimeve algjebrike në shprehjet me më shumë veprime;
- kuptojnë se kllapat janë simbole ndihmëse për përcaktimin e radhitjes së veprimeve;
- kuptojnë rëndësinë dhe mënyrën e përdorimit të kllapave;
- zgjidhin detyra tekstuale duke shënuar shprehjet përkatëse numerike me më shumë veprime dhe njehsojnë vlerat e shprehjeve të shënuara

Detyrat hyrëse:

Të vendosen ndërmjet numrave 4, 7, 15 dy simbole shumëzimi, ashtu që prodhimi të jetë i barabartë me 420.

Zgjidhje: $4 \cdot 7 \cdot 15 = 420$. Mbas zgjidhjes, saktësia e llogaritjes vërtetohet duke provuar të tri mundësitë eventuale: prodhimi i dy numrave të parë shumëzohet me numrin e tretë, numri i parë shumëzohet me prodhimin e numrit të dytë dhe të tretë dhe numri i dytë shumëzohet me prodhimin e numrit të parë dhe të tretë.

Në një shprehje me dy veprime algjebrike të shumëzimit, është njësoj se cili shumëzim bëhet i pari, dhe rrjedhimisht kllapat mund të mos shkruhen, d.m.th.

$$a \cdot b \cdot c = (a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Në qoftë se në një shprehje ka më shumë veprime të ndryshme, atëherë shumëzimi ka përparësi në lidhje me mbledhjen dhe zbritjen, gjë që nuk shënohet me anë të kllapave.

Nxënësve t'u sugjerohet që detyrën e parë nga Teksti ta punojnë në mënyrë gojore, mirëpo, nëse takohen me vështirësi, detyrën ta bëjnë në fletore. Njëkohësisht të rikujtohen me shumëzimin me njësi dhjetore të shumëfishta.

$20 \cdot 306 = 10 \cdot 2 \cdot 306 = 10 \cdot 612 = 6\,120$ (Të tregohet procesi i shumëzimit me njësi dhjetore të shumëfishtë: shumëzojmë me fillimin njëshifror, pastaj prodhimit i shtojmë aq zero sa ka zero njësia dhjetore e shumëfishtë me të cilën shumëzojmë).

$40 \cdot 230 = 4 \cdot 10 \cdot 23 \cdot 10 = 92 \cdot 100 = 9\,200$. (Të tregohet mundësia e përgjithësimit: shumëzojmë me fillimin dyshifror, pastaj prodhimit i shtojmë aq zero sa ka zero numri me të cilën shumëzojmë).

Kur në shprehjen matematikore ka kllapa, së pari njehsojmë ç`është brenda tyre.

Detyra 3. Përgjigjja: 12 420 000, 2 039 375, 302 752.

Detyra 5. $20 \cdot 16 = 320$ banesa kanë gjithsej

$20 \cdot 16 - (27 + 54) = 239$ banesa tredhomëshe ka në ndërtesë.

Detyra 6.

Për banim dhe ushqim për 12 ditë kanë shpenzuar $(135 + 78) \cdot 12 = 2\,556$ eura.

Gjithsej kanë shpenzuar $2\,556 + 1\,348 = 3\,904$ eura.

U kanë mbetur $4\,550 - 3\,904 = 646$ eura.

Menjëherë mund të shkruhet shprehja përkatëse numerike:

$4\,550 - (135 + 78) \cdot 12 - 1\,348 = 646$.

Detyra 14.

$123\,456\,789 \cdot 9 = 1\,111\,111\,101$.

1.25. Pjesëtimi në bashkësinë N_0

Qëllimet

Nxënësit:

- zbatojnë njohuritë e arritura në klasat më të ulëta mbi pjesëtimin dhe kuptojnë se njohuritë e arritura vlejnë edhe për numrat më të mëdhenj se 1 000, d.m.th. për të gjithë numrat natyrorë;
- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet: i pjesëtueshmi, pjesëtuesi, herësi;
- zbatojnë lidhjen e shumëzimit dhe të pjesëtimit;
- kuptojnë vetitë e pjesëtimit $a : a = 1$, $a : 1 = a$, $0 : a = 0$;
- kuptojnë se me numrin 0 nuk pjesëtohet.

Pjesëtimi të paraqitet si veprim i kundërt me shumëzimin, dhe ky fakt të lidhet me përcaktimin e faktorit të panjohur. Kjo lidhje e shumëzimit dhe pjesëtimit të shprehet me fjalë: “Në qoftë se $c \cdot b = a$, atëherë $a : b = c$, $a : c = b$, $(a, b \in N)$“, d.m.th. në qoftë se prodhimi pjesëtohet me njërin prej faktorëve, atëherë herësi është i barabartë me faktorin tjetër.

Rolin dhe vetitë e numrave 0 dhe 1 te pjesëtimi të paraqiten në shembuj konkretë, natyrisht në bazë të përkufizimit dhe lidhjes së shumëzimit dhe pjesëtimit. Pastaj pasojnë përgjithësimet e mundshme:

$$a : a = 1, \text{ sepse } 1 \cdot a = a, (a \neq 0);$$

$$a : 1 = a, \text{ sepse } 1 \cdot a = a;$$

$$0 : a = 0, \text{ sepse } 0 \cdot a = 0, (a \neq 0);$$

$$a : 0, \text{ nuk ka kuptim, pra me zero nuk pjesëtojmë.}$$

Në tekst është dhënë sqarimi në detaje përse nuk bëhet pjesëtimi me numrin 0. Këtu nuk do ta përsërisim mirëpo këshillojmë arsimtarin që të analizojë me kujdes këtë problem.

Barazimet e mësipërme nxënësi duhet t’i interpretojë me gojë duke përdorur termat dhe domethëniet përkatëse.

- në qoftë se i pjesëtueshmi dhe pjesëtuesi janë numra natyrorë të barabartë, atëherë herësi është i barabartë me 1;
- në qoftë se pjesëtuesi është 1, atëherë herësi është i barabartë me të pjesëtueshmin;
- në qoftë se i pjesëtueshmi është zero (0), kurse pjesëtuesi numër natyror, atëherë herësi është 0.
- nuk pjesëtojmë me zero.

Pasojnë ushtrimet në detyra nga Teksti dhe Përmbledhja.

1.26. Pjesëtimi me njësinë dhjetore

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë njohuritë e arritura më herët: njësia dhjetore dhe njësia dhjetore e shumëfishtë;
- kuptojnë dhe zbatojnë plotpjesëtueshmërinë e numrit natyror me njësinë dhjetore.

Në bazë të procesit të shumëzimit të një numri natyror me një njësi dhjetore, të tregohet se numri natyror që përfundon me zero, më saktësisht kur numri në anën e majtë ka një ose më shumë zero, mund të shkruhet si prodhim i një numri natyror dhe një njësie dhjetore, d.m.th. se është i plotpjesëtueshëm me njësinë dhjetore përkatëse.

Si detyra hyrëse mund të shërbejnë detyrat e mëposhtme.

1. Të shkruhet numri natyror që përfundon në anën e djathtë me zero në trajtën e prodhimit të një numri natyror dhe të një njësie dhjetore:
   a) 8 700 = __________;
   b) 3 450 = __________;
   c) 45 000 = ____________;
   d) 620 000 = ___________;
   e) 48 000 000 = ____________;
   f) 90 000 000 = ____________.

Duke analizuar punën e bërë duhet thënë qëllimi i orës.

1) Meqenëse 3 450 = 345 · 10, rrjedh se 3 450 është i plotpjesëtueshëm me 10, d.m.th. 3 450 : 10 – 345.

2) Meqenëse 8 700 = 87 · 100, rrjedh se 8 700 është i plotpjesëtueshëm me 100 si dhe me 10.

Njehso 8 700 : 100 = ________, 8 700 : 10 = _________.

3) Meqenëse 45 000 = 45 · 1 000, rrjedh se 45 000 është i plotpjesëtueshëm me 1000, 100 dhe me 10.

Njehso: 45 000 : 1 000 = _____, 45 000 : 100 = _______, 45 000 : 10 = __________.

4) 4) Meqenëse 620 000 = 62 · 10 000, rrjedh se 620 000 është i plotpjesëtueshëm me 100 000, 10 000, 1000, 100 dhe me 10. Të pjesëtohet numri 620 000 me njësitë dhjetore të cekura.

5) Vepro në mënyrë të ngjashme për numrat 48 000 000 dhe 90 000 000.

1.27. Pjesëtimi me një numër njëshifror pa mbetje

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë procesin e pjesëtimit të numrit treshifror me atë njëshifror;
- kuptojnë dhe zbatojnë procesin e pjesëtimit të numrit shumëshifror me atë njëshifror.

Nxënësit nga klasat e mëparshme e kanë të njohur pjesëtimin e numrit dyshifror dhe numrit treshifror me atë njëshifror. Si detyra hyrëse mund të shërbejnë detyrat e mëposhtme:

a) 84 : 4; b) 840: 5; c) 612 : 6; d) 672 : 7.

Duke bërë analizën e nevojshme të punës së bërë dhe duke treguar procesin (rregullën, marrëveshjen, algoritmin) e pjesëtimit të numrave natyrorë − realizohet qëllimi i orës, njehsohet herësi i numrit shumëshifror dhe atij njëshifror, në mënyrë që procesi i treguar të zbatohet saktësisht një numër të caktuar herësh, që varet nga numri i shifrave të të pjesëtueshmit.

Të përpunohet shembulli hyrës nga Teksti:

	4	5	7	8	:	7	=	6	5	4
-	4	2								
		3	7							
	-	3	5							
			2	8						
		-	2	8						
				0						

• 45 qindëshe pjesëtuar me 7 jep 6 qindëshe dhe mbetja është 3 qindëshe, të cilat i zbërthejmë në 30 dhjetëshe dhe shtojmë 7 dhjetëshe ekzistuese, që së bashku japin 37 dhjetëshe;
• 37 dhjetëshe pjesëtuar me 7 jep 5 dhjetëshe, kurse mbetja është 2 dhjetëshe, të cilat i zbërthejmë në 20 njëshe dhe të cilave u shtojmë 8 njëshe, që së bashku japin 28 njëshe;
• 28 njëshe pjesëtuar me 7 japin 4 njëshe, kurse mbetja është 0 njëshe.

Është e dobishme që nxënësit të udhëzohen që ata vetë të përcaktojnë paraprakisht sesa shifra do të ketë herësi në lidhje me të pjesëtueshmin. Në qoftë se shifra e parë në të majtën është e barabartë ose më e madhe se pjesëtuesi, atëherë herësi do të ketë numër të njëjtë shifrash si i pjesëtueshmi. Në të kundërtën do të ketë një shifër më pak.

Detyra 1: Ne rekomandojmë që arsimtari së bashku me nxënësit të përcaktojë herësin e parë. Arsimtari tregon mundësinë e shënimit të shkurtuar në lidhje me pjesën në të cilën ndonjë shifër është e barabartë me zero.

1	8	4	1	4	:	6	=	3	0	6	9
1	8										
	0	4									
-		0									
		4	1								
	-	3	6								
			5	4							
		-	5	4							
				0							

1	8	4	1	4	:	6	=	3	0	6	9
1	8										
		4	1								
	-	3	6								
			5	4							
		-	5	4							
				0							

Duhet pasur parasysh që gjatë procesit të shkurtuar të mos lihet jashtë (harrohet) 0 në herës.

Detyra 11 në Tekst i është kushtuar gabimit më të shpeshtë që bëjnë nxënësit gjatë zbatimit të shënimit të shkurtuar. Iu rekomandojmë që këtë detyrë ta punoni mbas detyrës 1.

Pasojnë ushtrimet e pjesëtimit të numrave shumëshifrorë me ata njëshifrorë në detyrat nga Teksti (2 – 6, 8 dhe 9). Në fund të punohet detyra 7.

Detyra 7: Vërtetoni se numri 7 560 plotpjesëtohet me të gjithë numrat njëshifrorë pa mbetje. Tentoni të gjeni edhe një numër të tillë.

Koment: Nxënësit do të pjesëtojnë me lehtësi numrin 7 560 me secilin numër njëshifror. Mbas kësaj të sqarohet se, në qoftë se një numër plotpjesëtohet me 9, atëherë ai plotpjesëtohet edhe me 3; në qoftë se plotpjesëtohet me 8, atëherë plotpjesëtohet me 4 e me 2; në qoftë se plotpjesëtohet me 6, atëherë plotpjesëtohet me 2 dhe me 3.

Kështu si shembull me veti të kërkuara mund të merret prodhimi $7 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 8 = 2\,520$

1.28. Pjesëtimi me një numër dyshifror pa mbetje (1)

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë procesin e pjesëtimit të numrit shumëshifror me atë dyshifror;
- kuptojnë "metodën e sprovës" gjatë procesit të pjesëtimit;
- kuptojnë pjesëtimin me njësi dhjetore të shumëfishtë;
- kuptojnë dhe zbatojnë lidhjen e shumëzimit dhe të pjesëtimit si veprime të kundërta.

Si detyra hyrëse mund të shërbejnë shembujt e pjesëtimit të numrit shumëshifror me atë njëshifror së bashku me verifikimin se herësi i përftuar është i saktë. Për shembull:

1. Njehso dhe verifiko saktësinë e herësit: a) 2 583 : 7; b) 44 864 : 8.

Me analizën përkatëse të përsëritet procesi (algoritmi) i pjesëtimit me numrin njëshifror. Të theksohet qëllimi i orës dhe të tregohet se procesi i pjesëtimit me një numër dyshifror është i ngjashëm me pjesëtimin me një numër njëshifror.

Të përpunohet shembulli hyrës nga Teksti, në të cilin secili hap është sqaruar në detaje.

Në vazhdim të punohet detyra 1: fillimisht të përpunojmë 901 : 17, pastaj të njehsojmë herësin e parë.

Detyra 1:

Në këtë shembull paraqitet detyra: si të përcaktojmë herësin e numrave 204 dhe 34?

Nxënësit do të sprovojnë disa numra dhe në atë mënyrë do të vijnë te zgjidhja.

8	8	4	:	3	4	=	2	6
6	8							
2	0	4						
2	0	4						
		0						

Që të vihet më shpejt te zgjidhja e detyrës në të cilën duhet të njehsohet herësi i numrit treshifror dhe atij dyshifror, iu rekomandojmë të sqaroni "metodën e sprovës" që është sqaruar në detaje në një shembull në Tekst.

Detyra 3 i është kushtuar ushtrimit.

Kur pjesëtuesi është një njësi dhjetore e shumëfishtë, ndërsa i pjesëtueshmi mbaron me disa zero, atëherë së pari “shkurtojmë” një numër të barabartë zerosh në të pjesëtueshmin dhe në pjesëtuesin, pastaj i pjesëtojmë numrat e përftuar. Në Tekst janë përpunuar shembujt, në të cilët pjesëtuesi mbaron me një zero, ashtu që duke hequr zerot, detyra sillet në pjesëtimin me numër njëshifror.

Detyra 4 i është kushtuar ushtrimeve.

1.29. Pjesëtimi me një numër dyshifror pa mbetje (2)

Qëllimet

Nxënësit:

- zbatojnë procesin e pjesëtimit të numrit shumëshifror me atë dyshifror;
- kuptojnë pjesëtimin me numër dyshifror me shifrën 0 në herës.

Ora duhet t’i kushtohet ushtrimit të mëtejshëm të procesit në të cilin i pjesëtueshmi është numër i madh. Në shembullin hyrës është përshkruar procesi i detajuar i pjesëtimit, hap nga një hap, të cilin nxënësi duhet ta përshkruajë me ndihmën e arsimtarit.

Ushtrimeve u janë kushtuar detyrat 1 dhe 2.

Detyra 3. *Përgjigjja:* 89 488 : 17 = 5 264, 5 264 : 7 = 752. Herësi i saktë është 752.

Në shembullin e mëposhtëm tregoni mundësinë e shënimit të shkurtuar në pjesën në të cilën ndonjë shifër e herësit është zero.

Ushtrimeve u janë kushtuar detyrat 4, 5 dhe 6.

Detyra 4: Ju propozojmë që të tërhiqni vëmendjen në shembujt:

8 680 : 28 = 310 (zeroja në fund të herësit)
48 192 : 24 = 2 008,
36 036 : 18 = 2 002,
159 500 : 29 = 5 500.

1.30. Pjesëtimi me një numër njëshifror me mbetje

Qëllimet

Nxënësit:

- e kuptojnë se pjesëtimi nuk mund të kryhet gjithmonë në bashkësinë N, sepse ekzistojnë numra natyrorë, herësi i të cilëve nuk është numër natyror;
- zbatojnë procesin e pjesëtimit me numër njëshifror me mbetje

Për veprime algjebrike (operacione) themi se mund të kryhet në një bashkësi të caktuar, në qoftë se operacioni i zbatuar në dy elementë të çfarëdoshëm të asaj bashkësie jep rezultat, i cili gjithashtu i takon të njëjtës bashkësi.

Ne e dimë se veprimet algjebrike mbledhja dhe zbritja mund të kryhen në bashkësinë e numrave natyrorë. Më herët kemi vërejtur se zbritja nuk mund të kryhet në bashkësinë e numrave natyrorë. Tani shohim se as pjesëtimi nuk mund të kryhet në këtë bashkësi. Për shembull: nuk ekziston numri natyror që është i barabartë me herësin e numrave 5 dhe 2. Prandaj futet në përdorim (përkufizohet) pjesëtimi me mbetje.

Mbas përpunimit të detyrës 1, në të cilën në gjashtë shembujt paraqiten gjashtë rastet e mundshme të mbetjes gjatë pjesëtimit me shifrën 6, nxënësi duhet të arrijë te përfundimi:

se mbetja është gjithmonë më e vogël se pjesëtuesi.

Për shembull, sikur mbetja të ishte 6, atëherë duke zmadhuar herësin për 1, përftojmë mbetjen e mirëfilltë 0 (= 6 – 6). Në mënyrë të ngjashme, sikur mbetja të ishte 7, atëherë duke zmadhuar herësin për 1, përftojmë mbetjen e mirëfilltë 1 (= 7 – 6).

Pyetje: Sikur të përftohet mbetja 13 gjatë pjesëtimit me 6, si duhet të ndryshohet herësi me qëllim që të përftohet mbetja e mirëfilltë? Sa është mbetja e mirëfilltë?

Gjatë ushtrimit dhe verifikimit të detyrës 1 ushtrojmë dhe përgatisim formulën e përgjithshme të rëndësishme

i pjesëtueshmi = pjesëtuesi · herësi parcial + mbetja

Detyra 9. Në vend të shenjave * të shkruhen shifrat përkatëse:

	*	*	*	*	:	8	=	*	*	*
-	3	*								
		6	*							
	-	*	*							
				*						
			-	*						
				1						

Mbetja e parë është 6, dhe e dimë shifrën e parë mbas të pjesëtueshmit të parë 3. Domethënë shifra e parë e herësit është 4, kurse dy shifrat e para të të pjesëtueshmit janë 3 dhe 8. Duke analizuar hapin e ardhshëm (mbetja 0), përftojmë shifrën e tretë të të pjesëtueshmit dhe shifrën e ardhshme të herësit 8. Detyra ka dy zgjidhje, sepse 9 = 8 · 1 + 1 dhe 1 = 1 · 0 + 1.

	3	8	4	9	:	8	=	4	8	1
-	3	2								
		6	4							
	-	6	4							
				9						
			-	8						
				1						
				1						

	3	8	4	1	:	8	=	4	8	0
-	3	2								
		6	4							
	-	6	4							
				1						
			-	0						

Menjëherë shohim se shifra e parë e herësit është 8, kurse shifra e dytë e të pjesëtueshmit është 2 (mbetja është 0).

Duke marrë parasysh se e dimë mbetjen 2, përftojmë se shifra e tretë e të pjesëtueshmit është 6, kurse e katërta 5.

	7	*	*	*	:	9	=	*	*	*
-	*	*								
			6	*						
		-	*	*						
				2						

	7	2	6	5	:	9	=	8	0	7
-	7	2								
			6	5						
		-	6	3						
				2						

1.31. Pjesëtimi me një numër dyshifror me mbetje

Qëllimet

Nxënësit:

- zbatojnë procesin e pjesëtimit me një numër dyshifror me mbetje;
- zgjidhin detyra tekstuale.

Në detyrat e mëparshme kemi përkufizuar pjesëtimin me mbetje dhe tani ushtrojmë procesin e pjesëtimit me një numër dyshifror me mbetje.

Mbas zgjidhjes së shembullit hyrës të theksohet se, në qoftë se numri natyror a nuk është i plotpjesëtueshëm me numrin natyror b, atëherë gjatë pjesëtimit paraqitet mbetja, të cilën zakonisht e shënojmë me *r*, prandaj mund të shkruajmë:

$$a : b = k + r : b, \quad a = b \cdot k + r.$$

Të theksohet se mbetja është më e vogël sesa pjesëtuesi. Kjo vlen edhe për mbetjet parciale gjatë pjesëtimit

Për t`u ushtruar janë dhënë detyrat 1 – 13.

Përgjigjet dhe zgjidhjet e detyrave nga Teksti:

7. Bashkimi ka pjesëtuar numrin 1 916. Iliri ka përftuar herësin 112 dhe mbetjen 12.

8. Janë të pashpërndara 43 dekorime.

9. Ka pasur 106 thasë, kurse 40 kg kanë mbetur të pashpërndarë.

10. 284 thasë janë mbushur deri në majë, kurse 10 kg thekër mbeten në thesin e fundit, të pambushur.

11. Të gjitha mbetjet e mundshme gjatë pjesëtimit me 11 janë: 0, 1, 2, 3, ..., 10.

12. 4 shirita të plotë dhe 21 minuta material në shiritin e fundit.

13. 14 ditë i nevojiten Teutës që të përpunojë përmbledhjen, kurse ditën e fundit do të përpunojë 9 detyra.

1.32. Lidhja e shumëzimit dhe e pjesëtimit

Qëllimet

Nxënësit:

- zbatojnë njohuritë e arritura mbi shumëzimin dhe pjesëtimin e numrave shumëshifrorë me numër shumëshifror;
- përdorin lidhjen e shumëzimit dhe pjesëtimit si veprime algjebrike të kundërta;
- zgjidhin detyra tekstuale.

Të rikujtojmë se *shumëzimi dhe pjesëtimi janë dy veprime algjebrike të kundërta.* Duke pjesëtuar prodhimin me një faktor përftojmë si herës faktorin tjetër:

$$a \cdot b = c$$

$$c : a = b$$

Zbatojmë njohuritë mbi lidhjen e shumëzimit dhe pjesëtimit për verifikimin e rezultatit dhe për zgjidhjen e detyrave tekstuale.

Shembulli hyrës na ilustron procesin e prodhimit të kremviçeve: makina prodhon një numër të caktuar produktesh për një minutë, dhe duke punuar një kohë të caktuar, atëherë sasinë e prodhimeve e njehsojmë duke shumëzuar. Anasjelltas, në qoftë se e dimë sesa produkte janë prodhuar gjatë një kohe të caktuar, atëherë, duke pjesëtuar mund të njehsojmë numrin e produkteve të prodhuar në një njësi kohore të caktuar.

Ju rekomandojmë që nxënësve t'u propozoni që të formojnë detyrën sipas tabelës së mëposhtme:

	Çmimi	Sasia	Vlera e përgjithshme
Fletorja	63 centë	15	E njëjtë
Lapsi	? centë	5	
Goma	45 centë	?	

Pasojnë ushtrimet e detyrave nga Teksti dhe Përmbledhja. Detyra e mëposhtme u është kushtuar nxënësve më të mirë:

Detyra: Në qoftë se 111 111 = 143 · 7 · 111 = 143 · 777, të njehsohen me gojë:

a) 143 · 222 · 7; b) 143 · 7 · 888; c) 222 222 : 777; d) 999 999 : 777 .

1.33. Pjesëtimi i shumës dhe i ndryshimit

Qëllimet

Nxënësit:

- njehsojnë vlerat e shprehjeve në dy mënyra;
- veçojnë pjesëtuesin e përbashkët te pjesëtimi i shumës ose i ndryshimit, si lehtësim i mundshëm për njehsimin e vlerës së shprehjes;
- zgjidhin detyra tekstuale duke shënuar shprehjet numerike përkatëse.

Në disa shembuj konkretë të paraqitet mundësia e njehsimit të vlerave të shprehjeve, pjesëtimit të shumës apo të ndryshimit, në dy mënyra. Të realizohen pastaj edhe përgjithësimet e nevojshme, d.m.th.

$(a + b) : c = a : c + b : c$, ku a dhe b janë të plotpjesëtueshëm me c,

$(a - b) : c = a : c - b : c.$

Është e dobishme që nxënësve t'u tregohet rishtas:

në qoftë se $(a + b) : c = a : c + b : c$, atëherë edhe $a : c + b : c = (a + b) : c$, dhe

në qoftë se $(a - b) : c = a : c - b : c$, atëherë edhe $a : c - b : c = (a - b) : c$.

d.m.th. sërish, si në rastin e shumëzimit, të theksohet rëndësia e procesit të kundërt, që me anë të veçimit të pjesëtuesit të përbashkët, shuma apo ndryshimi i herësit të sillen në pjesëtimin e shumës, gjegjësisht ndryshimit. Për shembull, të punohen detyrat 4, 5, 6.

Detyra 9.

a) Mënyra e parë: (21 600 + 14 400) : 1 800 = 36 000 : 1 800 = 20 faqe.

Mënyra e dytë: 21 600 : 1 800 + 14 400 : 1 800 = 12 + 8 = 20 faqe.

b) Mënyra e parë : (37 800 – 12 600) : 1 800 = 25 200 : 1 800 = 14 faqe.

Mënyra e dytë: 37 800 : 1 800 – 12 600 : 1 800 = 21 – 7 = 14 faqe.

1.34. Varësia e prodhimit nga faktorët. Pandryshueshmëria e prodhimit

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë varësinë e prodhimit nga një ose nga dy faktorë;
- kuptojnë të qenët konstant, d.m.th. pandryshueshmërinë e prodhimit, në qoftë se një faktor zmadhohet, kurse faktori i dytë zvogëlohet me një numër të barabartë herësh;
- ushtrojnë shumëzimin dhe pjesëtimin e numrave shumëshifrorë.

Nxënësit janë të njohur me varësinë e prodhimit nga faktorët për numrat e mijëshes së parë. Kjo njohuri duhet të zgjerohet në bashkësinë e numrave natyrorë.

Si detyrë hyrëse mund të zbatohet plotësimi i tabelës (njehsimi i prodhimit), në bazë të të cilit nxënësit do të mund të vërejnë dhe kuptojnë se prodhimi zmadhohet (rritet), në qoftë se zmadhohen (rriten) faktorët, kurse duke shikuar tabelën në drejtimin e kundërt të vihet re se prodhimi zvogëlohet (zbritet), në qoftë se faktorët zvogëlohen (zbriten).

a	b	a · 2	b · 4	a : 3	b : 5	a · b	(a · 2) · b	a · (b · 4)	(a : 3) · b	a · (b: 5)
15	20	30	80	5	4	300	600	1 200	100	60
12	25									
18	30									

Në bazë të asociacionit të shumëzimit, nuk është vështirë të kryhen përgjithësimet e nevojshme. Në qoftë se $a \cdot b = c$, atëherë kemi a · (b · n) = (a · b) · n = c · n, d.m.th.

– në qoftë se faktori zmadhohet 2, 3, ..., *n* herë, atëherë edhe prodhimi zmadhohet 2, 3, ..., *n* herë,

– në qoftë se faktori zvogëlohet 2, 3, ..., *n* herë, atëherë edhe prodhimi zvogëlohet 2, 3, ..., *n* herë.

Në fund të orës, mundësisht, të bëhet një ushtrim dhjetëminutësh me informatë kthyese.

1. Në qoftë se $a \cdot b$ = 4 900, të njehsohet:
   a) (a · 10) · b = ____________________;
   b) a · (b · 7) = ____________________;
   c) (a : 100) · b = ____________________;
   d) (a · 2) · (b : 10) = ____________________;
   e) (a : 7) · (b : 100) = ____________________.

2. Prodhimi i dy numrave është 64 000. Çfarë do të ndodhë me prodhimin, në qoftë se:
   a) një faktor zmadhohet katër herë;
   b) një faktor zvogëlohet 1 000 herë;
   c) një faktor zvogëlohet 100 herë, kurse i dyti zmadhohet dy herë?

Pandryshueshmëria e prodhimit të zbatohet si një lehtësim gjatë njehsimit të prodhimit.

Nxënësit e kanë të njohur pandryshueshmërinë e prodhimit për numrat e mijëshes së parë. Kjo tani duhet të zgjerohet në tërë bashkësinë e numrave natyrorë.

Si detyra hyrëse mund të shërbejnë shembujt e varësisë së prodhimit nga ndryshimi i faktorëve. Për shembull:

Detyra: Njehso prodhimin dhe vështroje ndryshimin e tij në varësi nga ndryshimi i faktorëve:

1) 224 · 64 = ____________________,

2) (224 · 8) · 64 = ____________________,

3) (224 · 8) · (64 : 8) = ____________________.

Si janë ndryshuar faktorët dhe si ka ndryshuar prodhimi?

Përgjithësimet mund të realizohen në mënyrën e mëposhtme:

– e zëmë se prodhimi i dy numrave a · b = c,

– në qoftë se një faktor e zmadhojmë **n** herë, atëherë edhe prodhimi zmadhohet **n** herë,

d.m.th. (a · n) · b = (a · b) · n = c · n,

– anë qoftë se një faktor e zvogëlojmë **n** herë, atëherë edhe prodhimi zvogëlohet **n** herë,

d.m.th. a · (b : n) = (a · b) : n = c : n,

d.m.th. në lidhje me tërë procesin, prodhimi mbetet i pandryshueshëm.

Duke zbatuar vetinë e pandryshueshmërisë së prodhimit, mund të bëhen lehtësime për llogaritjen e prodhimit në të cilin njëri prej faktorëve është 5, 25, 50 ose 125. Përdorim barazimet:

50 · 2 = 100, 25 · 4 = 100, 125 · 8 = 1 000.

Për shembull:

98 746 · 5 = (98 746 : 2) · (5 · 2) = (98 746 : 2) · 10 = (98 746 · 10) : 2 = 493 730,
765 134 · 50 = (765 134 : 2) · (50 · 2) = (765 134 : 2) · 100 = (765 134 · 100) : 2 = 38 256 700,
89 764 · 25 = (89 764 : 4) · (25 · 4) = (89 764 : 4) · 100 = (89 764 · 100) : 4 = 2 244 100,
34 392 · 125 = (34 392 : 8) · (125 · 8) = (34 392 : 8) · 1 000 = (34 392 · 1000) : 8 = 4 299 000.

Duke zbatuar pandryshueshmërinë e prodhimit si lehtësim, njehso:

1) 125 · 888 = (125 · 8) · (888 : 8) =_______________________,

2) 444 444 · 25 = _____________________________________.

1.35. Veprimet algjebrike në bashkësinë N_0

Qëllimet

Nxënësit:

– kuptojnë rëndësinë e renditjes së veprimeve algjebrike dhe përdorimit të kllapave;
– kuptojnë se kllapat janë simbole ndihmëse për përcaktimin e renditjes së veprimeve;
– zgjidhin detyra tekstuale duke shënuar shprehjet numerike përkatëse me më shumë operacione dhe njehsojnë vlerën e shprehjes së shënuar.

Të ushtrohen shembujt që i përgatit arsimtari dhe detyrat që kanë trajtën e mëposhtme.

1. Përcakto radhën e veprimeve njehsuese dhe njehso me gojë vlerën e shprehjeve:

a) 45 : 5 + 90 : 18 + 5 · 12;

b) 420 : 70 + 400 : 80 – 300 : 60;

c) 180 : 5 + 5 · 32 – 160 : 1;

d) (450 · 10 – 5 · 100) + 0 : 9;

e) (1 000 + 120 – 5 · 24) : 100;

f) 150 + (100 + 40 – 55) · 10 – 999;

g) (3 500 : 7 – 500) + 12 · 100 – 800;

h) 10 · 10 · 10 · 10 +1 000 – 1 · 25 000 : 5.

2. Njehso vlerën e shprehjes:

a) 454 · 27 + 10 800 : 24 – 12 672 : 18 = ____________________________,

b) (454 · 27 + 10 800 : 24 – 12 672) : 18 = ___________________________.

Zgjidhjet e detyrave nga teksti:

Detyra 6. b) 36 : (6 + 3 · 2) = 3; c) 36 : (6 + 3) · 2 = 8.

Detyra 8. 120 : 4 + 2 · 3 = 36;

a) 120 : (4 + 2) · 3 = 60, b) (120 : 4 + 2) · 3 = 96, c) 120 : (4 + 2 · 3) = 12.

Detyra 9. a) (144 + 36) : 9 – 3 · (2 +1) = 11, b) 144 + 36 : 9 – 3 · (2 +1) = 139,

c) 144 + 36 : (9 – (3 · 2 +1)) =162, d) (144 + 36) : (9 – 3 · 2) +1 = 61.

Detyra 10.

$$5\,600 \overset{\boxed{2}}{:} 70 \overset{\boxed{3}}{\cdot} 10 \overset{\boxed{5}}{+} 3\,690 \overset{\boxed{4}}{:} (690 \overset{\boxed{1}}{-} 660) = 923$$

$$600 \overset{\boxed{5}}{+} 300 \overset{\boxed{3}}{\cdot} (1\,850 \overset{\boxed{2}}{-} 50 \overset{\boxed{1}}{\cdot} 12) \overset{\boxed{4}}{:} 100 = 4\,350$$

Detyra 13. a) Në fillim do të njehsojmë masën e një tulle: 3 600 : (475 + 425) = 4 kg.
Masa e përgjithshme e tullave të kuqe:475 · 4 = 1 900 kg.
Masa e përgjithshme e tullave të bardha: 425 · 4 = 1 700 kg.

b) Në fillim do të njehsojmë masën e një tulle: (1 900 + 1 700) : 900 = 4 kg.
Sasia e tullave të bardha: 1 700 : 4 = 425.
Sasia e tullave të kuqe: 1 900 : 4 = 475.

Në pjesën e dytë të orës janë të mundshme ushtrimet me shkrim me informatë kthyese.

1) Cila nga shprehjet e mëposhtme ka vlerën më të madhe, e cila më të vogël:

a) $(100 \cdot 360 - 360 : 30) + 15 =$ ______________________________;

b) $100 \cdot (360 - 360) : 30 + 15 =$ ______________________________;

c) $100 \cdot 360 - 360 : (30 + 15) =$ ______________________________;

d) $100 \cdot (360 - 360 : 30) + 15 =$ ______________________________.

2) Janë dhënë numrat 25 920, 360 dhe 8:

a) zbrite herësin e dy numrave të fundit nga numri i parë ______________________;

b) numrin e parë shumëzoje me ndryshimin e dy numrave të tjerë _______________;

c) ndryshimin e dy numrave të parë pjesëtoje me të tretin______________________;

d) nga herësi i dy numrave të parë zbrite herësin e numrit të dytë dhe të tretë _________.

3) Në shprehjen $10 \cdot 20\,196 - 3\,672 : 36 + 15$ shtoji kllapat në mënyrë që renditja e operacioneve të jetë:

a) $-, +, \cdot, :,$ $10 \cdot 20\,196 - 3\,672 : 36 + 15 =$ __________________;

b) $+, \cdot, :, -,$ $10 \cdot 20\,196 - 3\,672 : 36 + 15 =$ __________________;

c) $\cdot, -, :, +,$ $10 \cdot 20\,196 - 3\,672 : 36 + 15 =$ __________________;

d) $:, -, \cdot, +,$ $10 \cdot 20\,196 - 3\,672 : 36 + 15 =$ __________________.

1.36. Ekuacionet në lidhje me shumëzimin dhe pjesëtimin

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet e përvetësuara më herët: barazimin, barazimin e saktë ose të pasaktë;
- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet e përvetësuara më herët: ekuacioni dhe zgjidhja e ekuacionit;
- kuptojnë lidhshmërinë e shumëzimit dhe të pjesëtimit;
- zgjidhin ekuacionet e trajtës $a \cdot x = b$, $a : x = b$ dhe $x : a = b$;
- mësojnë të punojnë gradualisht, në mënyrë të qartë, të saktë dhe precize gjatë zgjidhjes së ekuacioneve.

Plani i punës:

Në fillim të orës rekomandohet që nxënësit të rikujtojnë nocionet e ekuacionit dhe zgjidhjes së ekuacionit. Të punohen disa shembuj me ekuacione në lidhje me mbledhjen dhe zbritjen. Për shembull:

a) $y - 67\,480 = 24\,007$; b) $10\,000 - z = 3\,409$; c) $(x + 548) - 247 = 5865$.

Kontrolloni rezultatin.

Në vazhdim, të përsëritet lidhshmëria e shumëzimit dhe e pjesëtimit në shembujt e mëposhtëm.

Shembulli 1: Të njehsohen:

1) 26 · 57; 2) 1482 : 26; 3) 1482 : 57.

Zgjidhje: 1) 26 · 57 = 1482 (faktori i parë · faktori i dytë = prodhimi),

2) 1482 : 26 = 57 (prodhimi : faktori i parë = faktori i dytë),

3) 1482 : 57 = 26 (prodhimi : faktori i dytë = faktori i parë).

Shembulli 2: Të njehsohen:

1) 1 944 : 54; 2) 1 944 : 36; 3) 54 · 36.

Zgjidhje: 1) 1 944 : 54 = 36 (i pjesëtueshmi : pjesëtuesi = herësi),

2) 1 944 : 36 = 54 (i pjesëtueshmi : herësi = pjesëtuesi),

3) 36 · 54 = 1 944 (herësi · pjesëtuesi = i pjesëtueshmi).

Duke zbatuar lidhjen e shumëzimit dhe të pjesëtimit mund të përcaktohet vlera e të panjohurës në ekuacion.

Të punohen detyrat nga Teksti.

Të tërhiqet vëmendja në ekuacionet e formës 0 · x = b dhe 0 · x = 0.

Këtu duhet të theksohet se ekzistojnë ekuacionet që nuk kanë zgjidhje. Gjithashtu, ekzistojnë ekuacionet që kanë pakufi zgjidhje. Pra, nuk është e saktë se ekuacioni ka gjithmonë zgjidhje të vetme.

1.37. Inekuacionet në lidhje me shumëzimin dhe pjesëtimin

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet e përvetësuara më herët: mosbarazimin, mosbarazimin e saktë ose të pa saktë;
- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet e përvetësuara më herët: inekuacionin dhe zgjidhjen e inekuacionit;
- zgjidhin inekuacionet e formës x · a < b, x · a > b.

Të zbatohen njohuritë mbi ndryshimin e prodhimit gjatë ndryshimit të faktorëve.

Secilit inekuacion i përgjigjet ekuacioni përkatës, që përftohet ashtu që simboli i inekuacionit (<, ≤ ose >, ≥) zëvendësohet me simbolin e barazimit (=).

Në qoftë se dimë se për cilën vlerë të të panjohurës ekuacioni i plotëson kushtet (paraqet barazim të saktë), d.m.th. në qoftë se përcaktojmë zgjidhjet e ekuacionit përkatës, atëherë do të përcaktojmë lehtë se për cilat vlera të së panjohurës edhe inekuacioni i dhënë do të plotësojë kushtet (do të jetë mosbarazim i saktë). Pra, në bazë të zgjidhjeve të ekuacionit përcaktohen lehtë zgjidhjet e inekuacionit. Që të bëjmë një gjë të tillë mjafton që të njohim varësinë e rezultatit të veprimeve algjebrike nga komponentët e tyre. Kështu, duke lidhur njohuritë e cekura mbi veprimet algjebrike me njohuritë mbi ekuacionet, zgjidhim më lehtë një problem më të vështirë - zgjidhjen e inekuacionit.

Shembullin nga Teksti mund ta sqaroni edhe ndryshe.

Shembull: Të zgjidhet inekuacioni $2 \cdot x + 50 < 70$.

Zgjidhje: Të zgjidhim inekuacionin në fjalë duke e sjellë në trajtë të “volitshme”. Në anën e majtë të inekuacionit kemi shumën $2 \cdot x + 50$. Prandaj edhe numrin në anën e djathtë të inekuacionit do ta shkruajmë si shumë, mirëpo ashtu që një mbledhës të jetë numri 50, kurse mbledhësi tjetër të jetë $20 = 70 - 50$, d.m.th.

$$2 \cdot x + 50 < 50 + 20.$$

Nga këtu përftojmë lehtë:

$$2 \cdot x < 20.$$

Numri 20 në anën e djathtë të inekuacionit do ta shkruajmë si prodhim, mirëpo ashtu që njëri prej faktorëve të jetë numri 2:

$$2 \cdot x < 2 \cdot 10,$$

$$x < 10.$$

Të ushtrohen shembujt dhe detyrat nga Teksti dhe detyrat nga Përmbledhja.

1.38. Zbatimi i ekuacioneve dhe inekuacioneve

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë njohuritë e arritura më herët mbi ekuacionet dhe inekuacionet me shumëzim dhe pjesëtim;
- zgjidhin detyra tekstuale duke shënuar ekuacionet përkatëse;
- kuptojnë se si raportet dhe lidhjet e shprehura me tekst përkthehen në shprehje matematike me operacione dhe simbole të caktuara;
- fitojnë shprehinë që të zbatojnë njohurinë e arritur vazhdimisht;
- zbatojnë matematikën në jetën e përditshme;
- zhvillojnë aftësinë e gjykimit logjik dhe precizitetin e nevojshëm në punë.

Mbas përpunimit të shembullit hyrës nga Teksti, nxënësit punojnë detyrat 1 – 7

Përgjigjet në lidhje me detyrat 1 – 7 nga Teksti:

1) $x = 840$; 2) $x = 809$; 3) $x = 35$; 4) $x = 1\,200$, 5) $x = 2\,716$; 6) $x = 50$,

7) a) $x = 182\,520$; b) $x = 124$; c) $x < 16$; d) $x > 364$; e) $x < 1\,111$; f) $x > 20$;

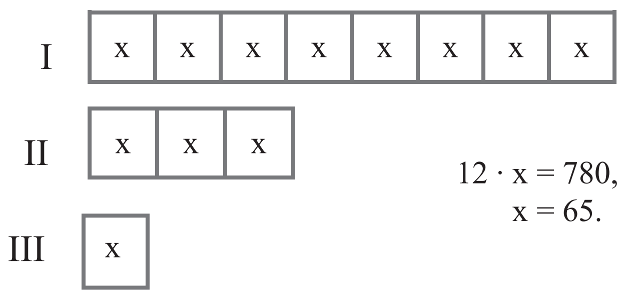
g) $x = 201$; h) $x = 6$.

Siç dihet, që një detyrë të zgjidhet, duhet të kuptohet, çfarë nganjëherë është mjaft vështirë. Shpeshherë kuptimin e detyrës e ndihmon vizatimi përkatës. Ai ka anën e mirë – qartësinë: mundëson që detyra të "shihet" – që të vihen re dhe shprehen raportet që ekzistojnë ndërmjet madhësive të cilat hyjnë në detyrë dhe në bazë të tyre të zgjidhet procesi më i shkurtër. Me një fjalë, vizatimi na fut në rrugën që të çon te caku.

Shembulli nga Teksti me tri shitore është punuar me ndihmën e vizatimit në të cilën përdoren figurat gjeometrike (katrorët dhe drejtkëndëshi) që paraqesin vlerat numerike të madhësive që hyjnë në detyrë.

Detyra 9: Në një fabrikë në tri ndërresa punojnë gjithsej 780 punëtorë. Në ndërresën e dytë punojnë tri herë më shumë punëtorë sesa në ndërresën e tretë, kurse në ndërresën e parë punojnë dy herë më shumë punëtorë sesa në ndërresën e dytë dhe të tretë së bashku. Sa punëtorë punojnë në secilën prej këtyre tri ndërresave?

Zgjidhje:



$$12 \cdot x = 780,$$
$$x = 65.$$

Përgjigje: Në ndërriesën e parë punojnë 520 punëtorë, në të dytën 195 dhe në të tretën 65.

Detyra 10 në Tekst është ilustruar me anë të figurës. Mund të zgjedhim lehtë të panjohurën dhe të përpilojmë ekuacionin.

Përgjigjet në lidhje me detyrat 11 – 13 nga Teksti:

11) $2\,500 + 2 \cdot x < 3\,200$, $x < 350$. Diana nga gjyshja ka mundur të fitojë 1, 2, …., 349 euro.

12) $3 \cdot x - 50 < 130$, $x < 60$. Teuta nga tezja ka mundur të fitojë 17, 18, . . . , 59 euro.

13) $16 \cdot x - 105 < 71$, $x < 11$. Secili djalë ka mundur të sjellë 7, 8, 9 ose 10 bonbone.

Në fund të orës nxënësve t'u propozohet detyra e mëposhtme:

Detyra: Sasia 1 460 euro t'u ndahet tre personave ashtu që personi i dytë të fitojë tri herë më shumë sesa i pari, kurse personi i tretë 200 euro më shumë sesa i dyti.

Përgjigje: 180 euro fiton personi i parë, 540 euro personi i dytë dhe 740 euro personi i tretë.

Cili vizatim do të ndihmojë zgjidhjen e kësaj detyre?

II. Thyesat

Qëllimet arsimore:

- Nxënësit kuptojnë dhe zbatojnë njohuritë e arritura më herët mbi thyesat;
- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet mbi thyesën, elementet e saj, lexojnë dhe shkruajnë; vënë re nevojën e zgjerimit të bashkësisë N_0 me bashkësinë e thyesave;
- kuptojnë zbatimin praktik si dhe paraqesin dhe shënojnë në mënyrë grafike thyesat (segmenti, katrori, gjashtëkëndëshi, rrethi etj);
- zbatojnë njohuritë mbi thyesat (pjesët e metrit, kilogramit, orës, euros dhe madhësive të tjera);
- duke përdorur paraqitje grafike krahasojmë thyesat e ndryshme;
- vënë re thyesat e barabarta, thyesat më të mëdha dhe më të vogla, si dhe të shprehurit e tërësisë në trajtën e thyesës;
- zhvillojnë mendimin funksional;
- vënë re lidhshmërinë praktike dhe zhvillimin e disa madhësive matematike;
- zhvillojnë dhe kultivojnë precizitetin e nevojshëm në punë si dhe mendimin dhe përfundimin logjik.

2.1. Shënimi i thyesave

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë njohuritë e arritura më herët mbi thyesat;
- kuptojnë dhe zbatojnë nocionet: thyesa, emëruesi, numëruesi, vija thyesore;
- vërejnë barazinë ndërmjet pjesëtimit dhe thyesës, d.m.th. barazinë e simboleve ":" dhe "vija thyesore";
- kuptojnë mënyrën e shënimit dhe leximit të thyesës dhe domethënien e emëruesit dhe numëruesit;
- kuptojnë se çdo numër natyror mund të shënohet në formën e thyesës me emërues 1, pastaj numri 1 mund të paraqitet si thyesë te e cila emëruesi dhe numëruesi janë të barabartë.

Në klasën e pestë theks i veçantë i është përkushtuar sqarimit të vetë nocionit thyesë në mënyra të ndryshme, gjegjësisht nëpër qasje të ndryshme dhe detyra të llojeve të ndryshme. Nocionin e thyesës e fusim në përdorim duke përdorur shembuj nga jeta e përditshme. Shumë herë kemi dëgjuar për: **gjysmë** orën, **gjysmë** çokollatën, **një të katërtën** e bukës...Në këta shembuj theksojmë fjalët **gjysma, një e treta, një e katërta...** të cilat na tregojnë se në sa pjesë të barabarta pjesëtohet objekti i dhënë. Fusim në përdorim shënimet $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$,... me ndihmën e vijës thyesore.

Kur nxënësit të përvetësojnë nocionin gjysma, një e treta, një e katërta ..., vazhdojmë të fusim në përdorim thyesat, numëruesi i të cilëve është më i madh se 1. Këtu mund të na shërbejnë ngjyrosja e drejtkëndëshit, ndarja e tortës, $\frac{3}{6}$ e gjashtëkëndëshit... Gjatë këtyre shembujve vazhdimisht përsërisim se **në fillim vëmë re "numrin e poshtëm",** i cili na tregon se në sa pjesë të barabarta ndahet objekti i dhënë. Pra, së pari duhet të tërheqim vëmendjen në fjalët **një e treta, një e katërta, një e nënta,** ... Pastaj kalojmë në **"numrin e sipërm"**, i cili na tregon sesa pjesë të tilla duhen veçuar. Këtu, natyrisht, duhet të futen në përdorim edhe nocionet emërues dhe numërues. Pastaj fjalitë paraprake duhet të shprehen me anë të tyre edhe pse emëruesi është numër, të tërhiqet vëmendja se nga emëruesi rrjedh emërtimi i thyesës që është emër. Për shembull, në qoftë se emëruesi është numri tre, thyesa shpreh të tretat. Gjysma, e treta, e katërta, e pesta janë emra (si kategori gramatikore).

Nxënësit duhet të rikujtohen me shembuj nga jeta e përditshme, p.sh. torta, $\frac{1}{2}$ e mollës, çokollata mund të imtësohet në disa pjesë etj.

Është shumë me rëndësi që të theksohet lidhja ndërmjet thyesës dhe veprimit algjebrik pjesëtimit. Në Tekst është përpunuar shembulli me çokollatën. Le të shqyrtojmë edhe një shembull të ngjashëm.

Një copë tel me gjatësi 3m është pjesëtuar në pesë pjesë të barabarta. Sa është gjatësia e një pjese?

Që të gjejmë gjatësinë e një pjese, nevojitet që gjatësia e telit të pjesëtohet me numrin e dhënë të pjesëve:

3 : 5.

Cila është mënyra e dytë e shënimit të gjatësisë së pjesës së telit? Me anë të thyesës.

2.2. Tërësia dhe pjesët e saj

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë paraqitjen grafike të thyesave;
- përcaktojnë një pjesë të një numri të dhënë;
- kuptojnë dhe zbatojnë njohuritë e arritura mbi thyesat gjatë njehsimit të pjesës së një mase të caktuar për gjatësinë, kohën, peshën dhe vëllimin;
- kuptojnë se si renditen sipas madhësisë disa thyesa me emërues të barabartë.

Duke zgjidhur shembujt prej 1 deri në 3 në Tekst, nxënësit përvetësojnë procesin e paraqitjes grafike të thyesave.

Kuptimi konkret i thyesës shihet më së miri kur nevojitet të përcaktohet një pjesë e numrit të dhënë. Të njehsohen me gojë:

1. Gjeni: $\frac{1}{2}$ e 40; $\frac{1}{3}$ e 60; $\frac{1}{4}$ e 100; $\frac{1}{100}$ e 1000.
2. Numri i decimetrave në gjysmën e një metri. (5 dm)
3. Gjeni $\frac{1}{2}$ e numrit më të vogël gjashtëshifror.
4. Numri i sekondave në $\frac{1}{4}$ e minutës. (15 sekonda)
5. Numri i minutave në një të katërtën e orës. (15 minuta)

Në shembullin e dhënë nga Teksti të sqarohet se si përcaktohet një pjesë e caktuar e një tërësie të dhënë. Pasojnë ushtrimet në shembuj që i përgatit arsimtari, detyrat nga Teksti (4 dhe 5) dhe nga Përmbledhja.

Në detyrat 6 – 9 nga Teksti të zbatohen njohuritë e arritura mbi thyesat gjatë njehsimit të pjesës së masës së caktuar për gjatësinë, kohën, peshën dhe vëllimin.

Të zbatohet paraqitja grafike nga Teksti dhe me ndihmën e saj të sqarohet krahasimi i thyesave me emërues të njëjtë.

2.3. Pjesa e tërësisë si thyesë

Qëllimet

Nxënësit:

- vërejnë thyesat në paraqitjet e ndryshme grafike dhe bëjnë shënimin e tyre;
- përcaktojnë pjesën e tërësisë në paraqitjen grafike;
- përcaktojnë numrin e plotë ose madhësitë, një pjesë e të cilave është dhënë;
- vërejnë barazimet dhe mosbarazimet e thyesave duke zbatuar paraqitjen grafike;
- paraqesim grafikisht dhe në mënyrë praktike disa nga thyesat me numërues 1, bëjnë vlerësimin dhe krahasojnë ato thyesa;
- zhvillojnë mendimin logjik dhe përfundimin e përpiktë.

Plani i punës:

Të përpunohen shembujt hyrës nga Teksti dhe të tërhiqet vëmendja në dy lloje detyrash:

1. përcaktimi i numrit të plotë ose madhësisë, një pjesë e të cilës është dhënë – zgjidhet me anë të shumëzimit;

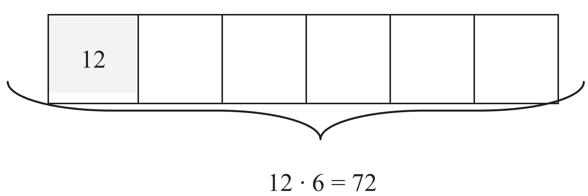
2. përcaktimi i një pjese të një numrit të dhënë – zgjidhet me anë të pjesëtimit.

Me gojë:

1. Në një klasë ka 30 nxënës, prej të cilëve $\frac{1}{5}$ janë të shkëlqyeshëm. Sa nxënës të shkëlqyeshëm ka në klasë? (30 : 5 = 6).
2. Kemi imagjinuar një numër $\frac{1}{5}$ e të cilit janë 15. Cilin numër e kemi imagjinuar? (15 · 5 = 75).
3. Gjatësia e telit është 64 m. Nga teli është shkëputur $\frac{1}{4}$. Sa është gjatësia e pjesës së telit të shkëputur? (64: 4 = 16).

Shitësi ka shitur $\frac{3}{4}$ e mollëve, çfarë përbën 48 kg. Sa ka qenë sasia e përgjithshme e mollëve në shitore?	Në një shitore ka pasur 64 kg mollë. Shitësi gjatë ditës ka shitur $\frac{3}{4}$ të mollëve. Sa kilogramë mollë janë shitur gjatë ditës?

Detyra 1.



A është më i madh numri $\frac{1}{6}$ e të cilit janë 12, apo $\frac{1}{5}$ e numrit 375?

Zgjidhje: Numri $\frac{1}{6}$ e të cilit janë 12 është: 12 · 6 = 72.

Kurse $\frac{1}{5}$ e numrit 375 njehsohet kështu: 375 : 5 = 75. 72 < 75.

Kujdes të veçantë duhet t'i kushtohet krahasimit të thyesave që kanë vlera të barabarta, të cilat shënohen me trajtën $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{4}{8}$ e kështu me radhë. Barazia e tyre vërtetohet me anë të paraqitjeve tabelore dhe grafike.

Gjatë kuptimit të suksesshëm të thyesave të shënuara si më lart, nxënësit përvetësojnë faktin se gjatë zgjerimit dhe shkurtimit (redukimit) të thyesave, vlera e tyre nuk ndryshon. Natyrisht, këtu ende nuk përmendin në mënyrë eksplicite as zgjerimin, as shkurtimin, por vetëm krijojmë shprehitë dhe parakushtet për më vonë.

2.4. Njehsimi i pjesës së tërësisë

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë dhe zbatojnë njohuritë e arritura mbi thyesat;
- njehsojnë pjesën e tërësisë;
- zbatojnë njohuritë e arritura për zgjidhjen e problemeve praktike dhe detyrave tekstuale problematike.

Në pjesën hyrëse të orës nxënësit zgjidhin detyra, me anë të cilave përsërisin lëndën paraprake. Për shembull:

1. Gjeni: $\frac{1}{4}$ e numrit 1 000, $\frac{1}{5}$ e 1 000, $\frac{1}{10}$ e 1 000.

2. Gjeni numrat: $\frac{1}{2}$ e të cilit është 200, $\frac{1}{3}$ e të cilit është 300, $\frac{1}{5}$ e të cilit është 1 000.

3. Në një shitore janë sjellë 200 kg sheqer. Ditën e parë janë shitur $\frac{2}{5}$ e sheqerit, kurse ditën e dytë $\frac{3}{10}$ e sasisë së përgjithshme të sheqerit. Sa sheqer ka mbetur mbas ditës së dytë?

4. Në një lojë kanë marrë pjesë 15 nxënës, çfarë përbën $\frac{5}{6}$ e të gjithë nxënësve nga paralelja. Sa nxënës ka në atë paralele?

Mbas përpunimit të shembullit hyrës nga Teksti, të vazhdohet me zgjidhjen e detyrave tekstuale, që i përgatit arsimtari dhe të detyrave nga Teksti dhe Përmbledhja

Përgjigjet dhe zgjidhjet e detyrave nga Teksti:

1. Ditën e parë janë kaluar (140 : 5) · 2 = 56 km të rrugës. Ditën e dytë janë kaluar (140 - 56) : 2 = 42 km të rrugës. Ditën e tretë janë kaluar 42 km të rrugës.

2. 42 faqe.

3. Në shitore janë sjellë 56 · 20 = 1 120 kg gjalpë. Janë shitur: (1 120 : 5) : 2 = 448 kg. Kanë mbetur:

4. Ditën e dytë janë ngjitur (750 : 3) · 2 = 500 m, ditën e tretë (750 + 500) : 2 = 625 m, kurse për tri ditë janë ngjitur 1 875 m.

5. 10 245 · 9 = 92 205 lexues.

6. $\frac{4}{7}$ e numrit 350 është e barabartë me 200, çfarë përbën $\frac{1}{3}$ e një numri të dhënë. Domethënë, numri i dhënë është 600.

Deri tani kemi zgjidhur detyra në lidhje me llogaritjen e numrit të plotë ose madhësisë, një pjesë e të cilës është dhënë me anë të thyesës me numërues 1.

Në vazhdim të orës të përpunohet shembulli nga Teksti në të cilin është e njohur se $\frac{2}{5}$ e të gjitha dritareve janë të barabarta me 10.

Përgjigjet dhe zgjidhjet e detyrave nga Teksti:

7. Petriti ka 12 libra.

8. Gjithsej ka pasur 8 ëmbëlsira.

9. Ka shpenzuar $\frac{2}{7}$ e sasisë së të hollave, kurse kanë mbetur $\frac{5}{7}$ e asaj sasie, çfarë është e barabartë me 10 euro. $\frac{1}{7}$ e sasisë janë 2 euro. Afërdita ka pasur $2 \cdot 7 = 14$ euro.

2.5. Mesatarja aritmetike

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë nocionin e mesatares aritmetike dhe njehsojnë mesataren aritmetike të dy, të tre dhe më shumë numrave;
- vënë re mundësinë e zbatimit praktik të mesatares aritmetike;
- përsosin shprehitë e llogaritjeve.

Shembulli 1:

Në fund të gjysmëvjetorit të parë, Teuta në matematikë ka pasur notat 4, 3, 5, 4, 3, 4, 5.

a) Sa është nota mesatare e saj në matematike?

Të gjejmë fillimisht shumën e të gjitha notave: $4 + 3 + 5 + 4 + 3 + 4 + 5 = 28$
Pjesëtojmë me numrin e notave: $28 : 7 = 4$
Mesatarja e notave të Teutës është 4.

b) Sa është mesatarja aritmetike e notave të saj?

$$\frac{4 + 3 + 5 + 4 + 3 + 4 + 5}{7} = 4$$

Mesatarja aritmetike përputhet me mesataren, pra është 4.

c) Sa është vlera e mesme e notave të Teutës? Gjithashtu 4.

Mesataren aritmetike, gjegjësisht mesataren ose vlerën e mesme, e përftojmë duke pjesëtuar shumën e të gjithë numrave me numrin e mbledhësve në atë shumë.

d) Të krahasojmë mesataren aritmetike të notave të Teutës me notën më të vogël dhe më të madhe të saj!

3	<	4	<	5
nota më e vogël		mesatarja aritmetike		nota më e madhe

Mesatarja aritmetike ndodhet gjithmonë ndërmjet vlerës më të vogël dhe vlerës më të madhe.

Shembulli 2: Bashkimi, Jetoni dhe Blerimi kanë hapur bonbonierën dhe e kanë ngrënë menjëherë. Bashkimi ka ngrënë 3 bonbone, Jetoni 2, kurse Blerimi 10.

a) Sa bonbone ka ngrënë secili mesatarisht?

$$\frac{3 + 2 + 10}{3} = 5$$

Mesatarisht secili djalë ka ngrënë 5 bonbone.

b) Sikur t'i kishin ndarë bonbonet në mënyrë të barabartë, sa kishte ngrënë secili prej djemve?

Atëherë secili prej tyre do të hante 5 bonbone. (3 + 2 + 10 = 15, 15 : 3 = 5)

c) Të krahasohen shembujt nën a) dhe nën b). Çfarë përfundimi merret? A do të ndodhë gjithmonë një gjë e tillë (mendoni si njehsojmë në secilin rast)?

Mesatarja aritmetike ose mesatarja, gjithmonë përshkruan ndarjen e barabartë ose të drejtë.

Përgjigjet dhe zgjidhjet e detyrave nga Teksti:

6) (120 + 130) : 5 = 50 kilometra mesatarisht ka kaluar makina për 1 orë në këtë rrugë.

7) $4 \cdot 560 + 3 \cdot 620 + 2 \cdot 650 = 2\,240 + 1\,860 + 1\,300 = 5\,400$, $5\,400 : 9 = 600$ g është masa mesatare e një krapi të kontrolluar.

Propozim i ushtrimit të kontrollit në temën mesatarja artimetike.

Grupi i parë

1. Njehso mesataren aritmetike të numrave të dhënë: 17, 23, 26.
2. Njehso mesataren aritmetike të numrave të dhënë: 54, 89, 93, 100.
3. Bashkimi në gjysmëvjetorin e parë ka këto nota nga matematika: 5, 3, 1, 4, 4, 1. Cilën notë përfundimtare në gjysmëvjetor mund të ketë Bashkimi, në qoftë se arsimtari notën përfundimtare e nxjerr mesatare aritmetike të të gjitha notave të fituara gjatë gjysmëvjetorit?
4. Në ekipin e voleibollit, dy lojtarë janë nga 21 vjeç, tre nga 20 vjeç dhe njëri 24 vjeç. Sa është mosha mesatare e lojtarëve?

Grupi i dytë

1. Njehso mesataren aritmetike të numrave të dhënë: 18, 32, 46.
2. Njehso mesataren aritmetike të numrave të dhënë: 37, 76, 91, 104.

3. Në shitoren e ushqimit janë sjellë kutitë me biskota. Pesha e kutisë së parë është 20 kg, kutisë së dytë 22 kg dhe kutisë së tretë 24 kg. Përcakto peshën mesatare të kutive me biskota.

4. Në një lojë basketbolli Mirani i ka sjellë ekipit 12 kosha, Bashkimi 15, Jetoni 21 kosh, kurse Agroni 8 kosha. Arbeni nuk e ka qëlluar koshin asnjëherë. Sa është numri mesatar i koshave të qëlluar të çdo lojtari.

Grupi i tretë

1. Njehso mesataren aritmetike të numrave të dhënë: 15, 35, 43.

2. Njehso mesataren aritmetike të numrave të dhënë: 43, 67, 89, 101.

3. Bashkimi ka blerë tri kuti biskota. Në njërën ka pasur 7 copë, në të dytën 12, kurse në të tretën 8. Njehso numrin mesatar të biskotave në secilën kuti.

4. Në paralelen 5_a ka 22 nxënës, në 5_b 20 nxënës, kurse në 5_c 24 nxënës. Përcakto numrin mesatar të nxënësve në këto tri paralele.

III. Bashkësitë

Qëllimet arsimore

Nxënësit

- kuptojnë nocionet: bashkësia, nënbashkësia, unioni, prerja, ndryshimi, bashkësia boshe;
- shënojnë dhe paraqesin grafikisht bashkësitë, nënbashkësitë, unionin, prerjen dhe ndryshimin e dy bashkësive;
- zhvillojnë aftësinë e vëzhgimit, vërejtjes, mbajtjes në mend, mendimit, përgjithësimit, përfundimit.

3.1. Bashkësia. Elementet e bashkësisë. Diagrami i Venit

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë nocionin e bashkësisë;
- kuptojnë nocionin e elementit të bashkësisë dhe bashkësinë boshe;
- paraqesin bashkësitë me ndihmën e diagramit të Venit.

Plani i punës:

Në jetën e përditshme grupet e ndryshme të sendeve zakonisht i emërtojmë në mënyrë të veçantë. Për shembull, përmbledhjen e dokumenteve e quajmë arkiv, përmbledhjen e madhe të librave e quajmë bibliotekë etj.

Pyetje:

1. Si quhet vargu i sundimtarëve nga një brez (fis) ? (dinastia)

2. Si quhet një grup më i madh muzikantësh që bashkohen për të luajtur një pjesë muzikore? (orkestër)

3. Si quhen të gjithë anëtarët e një teatri? (trupa)

Nocioni matematik që tregon grumbullimin e disa objekteve, sendeve ose nocioneve në një tërësi quhet bashkësi. Bashkësia është një nga nocionet themelore të matematikës, prandaj në pyetjen se çfarë është bashkësia, nuk jepet përgjigje në trajtën e përkufizimit formal.

Arsimtari i jep disa shembuj, në bazë të të cilëve nxënësit duhet të kuptojnë se çfarë është nocioni i bashkësisë dhe e përshkruajnë atë.

Për shembull:

1. Të gjithë nxënësit e një paralele përbëjnë një bashkësi – bashkësia e nxënësve. Çdo nxënës i asaj paralele është anëtar i asaj bashkësie.

2. Të gjitha shkronjat e alfabetit përbëjnë një bashkësi. Ajo bashkësi ka 36 anëtarë, sepse alfabeti ka 36 shkronja.

Disa bashkësi në bisedën e zakonshme, siç kemi cekur më herët, kanë emërtim të veçantë. Për shembull: bashkësia e zogjve quhet tufë, bashkësia e deleve quhet kope (grigjë). Nxënësve t'u propozohet që të japin edhe disa shembuj të ngjashëm të bashkësive.

Përkufizim: *Objektet, sendet ose frymorët nga të cilët është formuar bashkësia quhen elementet e bashkësisë.*

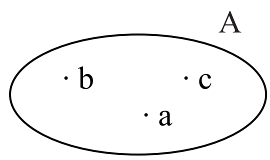
Të përpunohen shembujt 1, 2 dhe 3 nga Teksti.

Të theksojmë se është e rëndësishme që nxënësit, fillimisht të përvetësojnë dhe të kuptojnë plotësisht nocionin e bashkësisë dhe elementit, pastaj mbas asaj faze t'i qaset shënimit të bashkësisë dhe elementeve të saj. Bashkësitë shënohen, më shpesh me shkronja të mëdha të alfabetit latin, kurse elementet e saj – me fjalë përkatëse, figura, ilustrime, numra ose shkronja. Për shembull, bashkësia A, elementet e të cilës janë a, b dhe c shënohet:

$A = \{a, b, c\}$ Marrim se a është element i bashkësisë *A, b* është element i bashkësisë *A, c* është element i bashkësisë *A*, çfarë shënojmë shkurtimisht me anë të simbolit: $a \in A$, $b \in A$, $c \in A$. Elementi *d* nuk është element i bashkësisë *A*, çfarë shkruhet shkurtimisht: $d \notin A$.

Në vazhdim duhet të përpunohen detyrat 4, 5, 6 nga Teksti.

Është shumë me rëndësi që arsimtari t'i kushtojë në këtë fazë kujdes të plotë shënimit të përpiktë, të jetë i rregullt dhe konsekuent. Arsimtari duhet t'u tërheqë vëmendjen nxënësve se ekzistojnë tri lloje kllapash, mirëpo për shënimin e bashkësive ekskluzivisht përdoren kllapat e mëdha. Arsimtari duhet të ketë kujdes se si shkruajnë nxënësit dhe të korrigjojë secilin gabim të tyre. Gjithashtu të tërhiqet vëmendja që nxënësit të mos harrojnë presjen ndërmjet elementeve të bashkësisë. Bashkësitë mund t'i paraqesim edhe grafikisht me anë të vizatimeve. Secili element i bashkësisë shënohet me një simbol përkatës në një rajon të kufizuar me një lakore të mbyllur. Paraqitja grafike e bashkësisë quhet diagrami i Venit. Diagrami i Venit i bashkësisë $A = \{a, b, c\}$:



Diagrami i Venit kontribuon për kuptimin e mirëfilltë të bashkësive dhe vërejtjen e qartë të raporteve të tyre.

Në këtë fazë futet në përdorim edhe bashkësia që nuk ka elemente - bashkësia boshe.

Shembull: Është vërtetuar se në Hënë nuk ka organizma të gjallë, prandaj në Hënë nuk ka as dele, as shpendë.

Sa elemente ka bashkësia (kopeja) e deleve që kullosin në Hënë?
Sa elemente ka bashkësia (tufa) e bilbilave që jetojnë në Hënë?

Në bazë të shembullit paraprak mund të përfundohet se ekzistojnë bashkësitë që nuk kanë asnjë element. Bashkësitë e tilla quhen bashkësi boshe (bashkësi të zbrazëta).

Bashkësia boshe është bashkësia që nuk ka elemente.

Pasojnë ushtrimet e shembujve nga Teksti dhe Përmbledhja.

Para se të merremi me mënyrën e dhënies së bashkësive të rikujtojmë një tregim i cili duhet t'na lehtësojë problemin në lidhje me përkufizimin e bashkësisë dhe me dhënien e bashkësisë. Në një fshat jeton berberi që rruan të gjithë fshatarët, të cilët nuk e rruajnë vetveten. Shtrohet pyetja a e rruan berberi vetveten. Në pamje të parë pyetje e lehtë. Nëse e analizojmë me kujdes pyetjen, atëherë zbulojmë se problemi është shumë i komplikuar. Në qoftë se përgjigjja është "Po", domethënë në qoftë se berberi rruan vetveten, atëherë ai nuk rruan veten, sepse sipas hipotezës, ai rruan ata të cilët nuk e rruajnë veten. Një situatë e tillë është e pamundshme, gjegjësisht themi se është fjala mbi një kundërthënie. Çfarë përftojmë, nëse përgjigjja është "Jo"? Atëherë berberi nuk rruan veten, prandaj sërish, sipas hipotezës, kjo domethënë se ai e rruan veten. Sepse ai rruan të gjithë ata që nuk rruajnë vetveten. Kështu arritëm përsëri deri te situata e pamundshme, gjegjësisht kundërthënia.

Si përgjigjja e parë gjithashtu edhe përgjigjja e dytë na kanë sjellë deri në kundërthënie, çfarë tregon se është fjala mbi një shembull paradoksi. Ky është versioni popullor i të ashtuquajturit paradoksit të Raselit. Paradoksi i Raselit është një shembull që tregon se gjatë themelimit të bashkësive duhet të kihet kujdes i veçantë. Një situatë e thjeshtë me bashkësinë e fshatarëve që nuk rruajnë vetveten sjell deri te paradoksi.

Nuk është e domosdoshme që tregimi paraprak të rrëfehet në orën e rregullt mësimore. Mund t'u rrëfehet nxënësve më të mirë në kuadër të sesionit apo të mësimit shtesë. Megjithatë, është me rëndësi që vetë arsimtari të kuptojë këtë shembull, ashtu që në mënyrë të drejtë dhe të vërtetë t'u përcjellë nxënësve problemin e themelimit dhe të dhënies së bashkësive.

3.2. Mënyrat e dhënies së bashkësive. Barazia e dy bashkësive

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë se bashkësitë mund të shënohen në mënyra të ndryshme;
- kuptojnë nocionin e barazisë së bashkësive.

Në qoftë se, për shembull, bashkësia ka shumë elemente, ashtu që të gjithë nuk mund të shënohen, atëherë në mënyrë përshkruese shënohet vetia e përbashkët e të gjithë elementeve. Mbas përpunimit të shembullit hyrës në Tekst ju rekomandojmë që të përpunoni detyrat 1 dhe 5.

Në këtë mësim është shumë me rëndësi që nxënësit të përvetësojnë nocionin e barazisë së dy bashkësive. Renditja e shënimit të elementeve në bashkësi nuk është me rëndësi. Secili element llogaritet vetëm një herë, madje edhe, nëse është shënuar më shumë herë.

Dy bashkësi A dhe B janë të barabarta, në qoftë se secili element i bashkësisë A është njëkohësisht element i bashkësisë B dhe, në qoftë se secili element i bashkësisë B është njëkohësisht element i bashkësisë A.

Pasojnë ushtrimet në shembujt nga Teksti dhe Përmbledhja.

Në fund mund t'u propozoni nxënësve të zgjidhin detyrat në mënyrë të pavarur me informatë kthyese.

Detyra: Të përcaktohen elementet m dhe n, ashtu që bashkësitë A dhe B të jenë të barabarta:

a) $A = \{2, 3, 8, m, 10\}$, $B = \{3, 3, 11, n, 10\}$;
b) $A = \{11, m, 1\,001, 11, 10\,001\}$, $B = \{101, 1\,001, n, 10\,001\}$;
c) $A = \{6, 5, m, 4, 2\}$, $B = \{x \mid x \in N, 2 \leq x < 7\}$.

Përgjigjja: a) $m = 11$, $n = 2$; b) $m = 101$, $n = 11$; c) $m = 3$.

Vëmë re në fund se nga nocioni i barazisë së bashkësive rrjedh se ekziston vetëm një bashkësi boshe.

3.3. Nënbashkësia

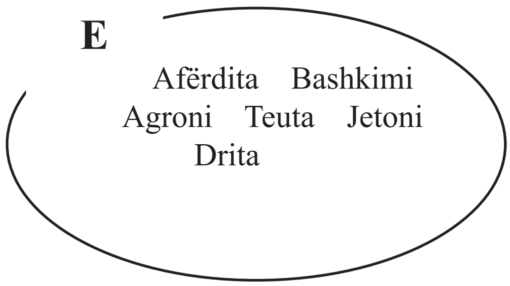
Qëllimet

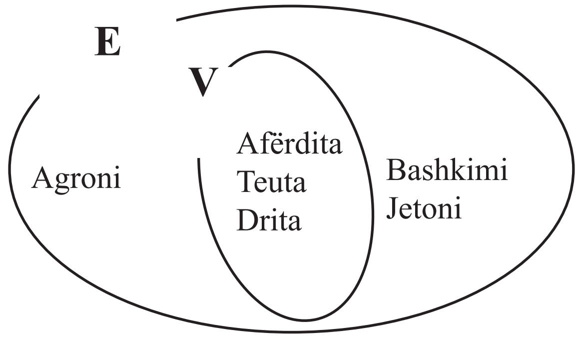
Nxënësit:

- kuptojnë nocionin e nënbashkësisë;
- vënë re se secila bashkësi është njëkohësisht nënbashkësi e vetes;
- shkruajnë barazinë e bashkësive me ndihmën e nënbashkësive.

Plani i punës:

Të shkruhen në tabelë disa emra djemsh dhe vajzash. Për shembull E = {Afërdita, Bashkimi, Agroni, Jetoni, Teuta, Drita}. Nëse shënojmë me V bashkësinë V = {Afërdita, Teuta, Drita}, atëherë vërejmë se secili element i bashkësisë V është njëkohësisht element i bashkësisë E.





Këtë e shkruajmë simbolikisht V$\subset$ E. Simboli $\subset$ është simboli i kyçjes; lexojmë: është nënbashkësi.

Të përpunohen detyrat 1 dhe 2 nga Teksti.

Shembulli i mëposhtëm nga Teksti ndihmon nxënësit që të kuptojnë sesa nënbashkësi ka një bashkësi.

Të theksohet se bashkësia boshe është nënbashkësi e çdo bashkësie.

Mund të përpunoni një shembull të ngjashëm me bashkësinë që ka tri elemente.

Për shembull: Është dhënë bashkësia A = {1, 2, 3}. Të shënohen të gjitha nënbashkësitë e bashkësisë A.

Ekzistojnë 3 nënbashkësi me një element: {1}, {2}, {3}.

Ekzistojnë gjithashtu 3 nënbashkësi dy elementesh: 3: {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}.

Nënbashkësi tri elementesh ka saktësisht 1: {1, 2, 3}.

Natyrisht nuk duhet të harrojmë bashkësinë boshe. Bashkësia boshe është nënbashkësi e bashkësisë A. Domethënë bashkësia A ka gjithsej 8 nënbashkësi.

Shohin se vlen $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$. Vlen edhe pohimi më i përgjithshëm, d.m.th. secila bashkësi përmbahet në vetvete.

Çdo bashkësi është nënbashkësi e vetvetes.

Detyrë: Të shënohen të gjitha nënbashkësitë e bashkësitë A = {a, b, c, d}. A është numri i atyre nënbashkësive 2^4?

Tani përkufizimin e barazisë së bashkësive mund ta shënojmë edhe në mënyrën e mëposhtme:

Në qoftë se $A \subset B$ dhe $B \subset A$, atëherë $A = B$.

Detyra 3. (Teksti) a) dhe b) nuk janë të sakta; c) dhe d) janë të sakta. T'u tërhiqet vëmendja nxënësve në shënimin: {Afërdita} është bashkësia, elementi i vetëm i të cilës është Afërdita, Afërdita është element i bashkësisë D.

Në fund të orës është i mundshëm ushtrimi me shkrim me informatë kthyese.

1. Është dhënë bashkësia $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Rretho shkronjën pranë shënimit të saktë:

a) $\{4\} \in S$;   b) $6 \subset S$;   c) $\{2, 3, 4\} \subset S$;   d) $\{2, 4, 6\} \in S$.

2. Përcaktoni x dhe y ashtu që bashkësitë $\{x, 2, 4, 6\}$ dhe $\{8, 6, y, 4\}$ të jenë të barabarta. Rrethoni shkronjën pranë përgjigjes së saktë:

a) $x = 6,\ y = 4$; b) $x = y$; c) $x = 4,\ y = 2$; d) $x = 8,\ y = 2$.

3. Është dhënë bashkësia $S = \{x \mid x \in N,\ x \leq 7\}$. Elementet e saj janë:

a) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; b) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; c) 1, 2, 3, 4, 5, 6; d) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Përgjigjja: 1. c), 2. d), 3. b)

3.4. Unioni i bashkësive

Qëllimet

Nxënësit:

- njoftojnë dhe kuptojnë operacionin unioni i dy bashkësive;
- paraqesin unionin e dy bashkësive grafikisht;
- vënë re vetitë kryesore të unionit të dy bashkësive.

Plani i punës:

Jemi njohur me bashkësitë. Edhe me bashkësitë janë të mundshme disa operacione të caktuara, të cilat i quajmë operacione apo veprime të bashkësive.

Mbas përpunimit të shembullit hyrës nga Teksti, të përpunohen detyrat 1 - 4.

Shembulli i dytë nga Teksti i është kushtuar njërës prej vetive të operacionit, unionit të bashkësive. Fjala është mbi komutacionin e operacionit unionit: $A \cup B = B \cup A$.

Shembulli i tretë i është kushtuar këtyre dy vetive të përgjithshme të unionit të bashkësive: $A \cup A = A,\ A \cup \varnothing = A$.

Mbas çdo shembulli duhet të përpunohen disa detyra nga Teksti dhe Përmbledhja.

T'i kushtohet kujdes i veçantë detyrës 9 nga Teksti, në të cilën duhet të shënohet grafikisht unioni i dy bashkësive.

3.5. Prerja e bashkësive

Qëllimet

Nxënësit:

- njoftojnë dhe kuptojnë operacionin prerja e dy bashkësive;
- paraqesin prerjen e dy bashkësive grafikisht;
- vënë re vetitë kryesore të prerjes së dy bashkësive.

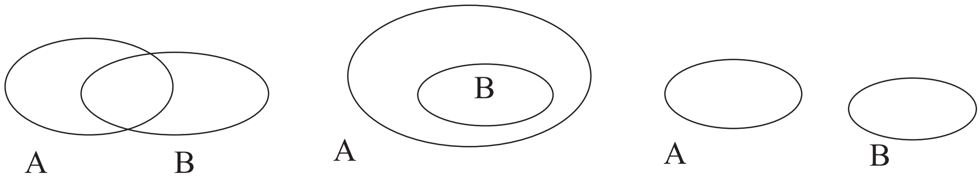
Plani i punës:

Të përdoret tregimi me figura nga Teksti, me qëllim që të futet në përdorim më lehtë operacioni prerja e dy bashkësive

Përkufizim: *Prerja e dy bashkësive është bashkësia e të gjithë elementeve të përbashkëta të atyre bashkësive.*

Simboli $\cap$ është simboli i prerjes së bashkësive.

Detyra: Në diagramet e dhëna të Venit të hijezohet $A \cap B$:



Në diagramin e dytë $B \subset A$. $A \cap B = B$
Në diagramin e tretë $A \cap B = \varnothing$.

Njëra prej vetive të operacionit prerje është komutacioni: $A \cap B = B \cap A$.

Edhe këto veti janë të rëndësishme: $A \cap A = A$ dhe $A \cap \varnothing = \varnothing$.

Detyrë: Në një paralele me 30 nxënës, 7 nxënës merren me basketboll, kurse 9 luajnë tenis. Në qoftë se 16 nxënës nuk merren me asnjërin prej sporteve të përmendura, sa prej tyre luajnë basketboll dhe tenis?

Zgjidhje: 30 – 16 = 14 nxënës në klasë merren me njërin prej sporteve të përmendura.

7 + 9 = 16 nxënës merren me basketboll ose me tenis. Është e qartë se disa nga nxënësit merren me të dy sportet, me basketboll dhe me tenis: 16 – 14 = 2.

3.6. Diferenca e dy bashkësive

Qëllimet

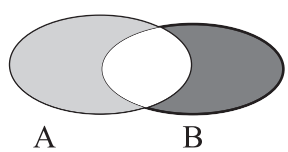
Nxënësit:

- njoftojnë dhe kuptojnë operacionin diferenca e dy bashkësive;
- paraqesin diferencën e dy bashkësive grafikisht;
- vënë re vetitë kryesore të diferencës së dy bashkësive.

Plani i punës:

Të përdoret tregimi me figura nga Teksti, me qëllim që të futet në përdorim më lehtë operacioni diferenca e dy bashkësive.

Përkufizim: *Diferenca e dy bashkësive është bashkësia e të gjithë elementeve të bashkësisë së parë që nuk ndodhen në bashkësinë e dytë.*



Detyra: Për bashkësitë A dhe B të përcaktohet çfarë paraqet ngjyra e përhimët e çelur dhe ngjyra e përhimët e mbyllur.

Ngjyra e përhimët e çelur paraqet bashkësinë A \ B, kurse ajo e përhimët e mbyllur B \ A.

A është $A \setminus B = B \setminus A$? Jo! Domethënë operacioni diferenca e bashkësive nuk është komutative (ndërruese).

Gjithashtu duhet pasur kujdes gjatë shënimit. Nxënësit, gjatë shënimit të simbolit të diferencës, mund të bëjnë gabime të ndryshme. Një ndër gabimet që e bëjnë zakonisht nxënësit është që diferenca e bashkësive paraqitet si ndryshimi i numrave me simbolin minus (-). Gabimi tjetër i shpeshtë që e bëjnë nxënësit është që diferencën e shënojnë me simbolin vertikal (|). Arsimtari në fillim duhet të kontrollojë gabimet. Kini parasysh proverbin popullor: "Mësohet lehtë, por harrohet vështirë."

Detyra e kontrollit (të dhënat brenda kllapave janë për grupin e dytë)

1. a) Paraqiti bashkësitë e dhëna duke i cekur elementet si dhe me anë të diagramit të Venit:
   $A = \{x | x \in N, 3 < x \leq 10\}$ dhe B – bashkësia e numrave ndërmjet numrave 6 dhe 13.

   [$A = \{x \mid 7 < x < 15$, *është numër çift*$\}$ dhe $B = \{x | x \in N, 6 \leq x < 13\}$].

   b) Përcakto $A \cup B$, $A \cap B$ dhe $B \setminus A$.

2. Përcakto elementet e bashkësive P dhe R, në qoftë se $P \cup R = \{a, c, e, d\}$, $P \setminus R = \{a, e\}$ dhe $R \setminus P = \varnothing$. [Përcakto elementet e bashkësive P dhe S, në qoftë se $P \cup S = \{a, b, c, d\}$, $P \cap S = \{b\}$ dhe $P \setminus S = \{a\}$].

3. Prej 30 atletëve në një garë sportive, medaljen e artë e kanë fituar 8 garues, kurse medaljen e argjendtë 10 garues. Sa atletë i kanë fituar të dy medaljet, në qoftë se 14 garues nuk kanë fituar asnjë medalje? [Prej 100 turistëve, 10 sish nuk flasin as rusisht, as gjermanisht. Rusisht flasin 83 turistë, kurse gjermanisht 75 turistë. Sa turistë flasin të dy gjuhët?]

IV. Njësitë për matjen e sipërfaqes

Qëllimet arsimore

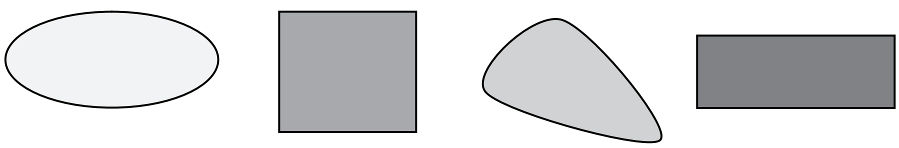
Nxënësit:
- kuptojnë sipërfaqen si madhësi;
- kuptojnë siprinat me sipërfaqe të barabarta;
- kuptojnë rëndësinë praktike të marrëveshjes në lidhje me përvetësimin e njësive matëse për sipërfaqen;
- kuptojnë dhe zbatojnë sistemin metrik për sipërfaqen;
- kuptojnë raportin reciprok të njësive matëse;
- shprehin një njësi matëse me një njësi matëse tjetër dhe numrin përkatës;
- kuptojnë operacionet kryesore me njësitë matëse për sipërfaqen;
- kuptojnë dhe zbatojnë shumëzimin dhe pjesëtimin me njësi dhjetore;
- zhvillojnë aftësinë e vëzhgimit, vërejtjes, mbajtjes në mend, mendimit, përgjithësimit, përfundimit.

4.1. Matja e sipërfaqes

Qëllimet

Nxënësit:
- kuptojnë çfarë është siprina dhe çfarë është sipërfaqja;
- masin sipërfaqet e figurave me njësitë standarde dhe jo standarde;
- krahasojnë sipërfaqet.

Pjesët e rrafshit të kufizuara me një vijë (lakore) i *quajmë siprina* rrafshore. Për shembull:



Siprinat mund të kenë madhësi të ndryshme, prandaj mund të krahasohen. Madhësinë e siprinës, pa përkufizim formal, do ta quajmë sipërfaqe.

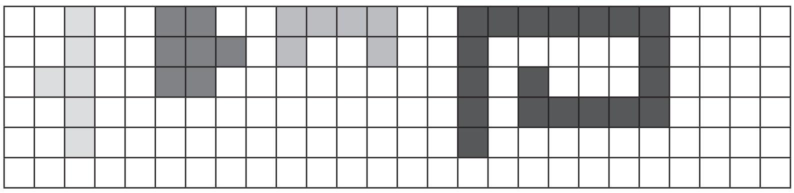
Gjithashtu, siprinat e ndryshme mund të kenë sipërfaqe të barabarta. Një ndër mënyrat e futjes në përdorim të nocionit të barazisë së sipërfaqeve të dy siprinave bëhet duke shpërbërë (copëtuar) ato. Kjo mënyrë nënkupton që një siprinë të copëtohet në siprina më të vogla, nga të cilat pastaj mund të formohet siprina e dytë. Ky princip i barazisë së sipërfaqeve zbatohet edhe gjatë llogaritjes së sipërfaqeve të figurave të komplikuara në dy metoda: Metoda e copëtimit dhe metoda e plotësimit.

Matja, që është pjesë e pashmangshme e çdo pune njerëzore, paraqet krahasimin eksperimental të një madhësie natyrore, duke përdorur një mjet matës, me madhësi të të njëjtit lloj që është zgjedhur paraprakisht për njësi matëse.

Menjëherë parashtrohet pyetja: Si të zgjedhim njësinë matëse?

Njeriu i ka zgjedhur njësitë matëse zakonisht në mënyrë të natyrshme: ka marrë për njësi matëse madhësinë që e ka pasur më të përshtatshme – gjatësinë e pjesëve të trupit të vet ose sendeve nga rrethina më e afërt e tij. Kështu janë paraqitur njësitë për matje: hapi, gishti, bërryli, pashi etj; për sipërfaqe: pashi në katror; për masën: masa e një guri të zgjedhur sipas dëshirës ose të ndonjë fruti, etj.

Domethënë, që të masim sipërfaqen e cilësdo figurë, duhet ta ndajmë atë në pjesë të barabarta, sipërfaqja e të cilave është e barabartë me sipërfaqen e njësisë matëse. Për shembull, për njësi matëse mund të marrim katrorin në fletore dhe të numërojmë numrin e njësive matëse nga të cilat është formuar secila prej figurave të vizatuara.

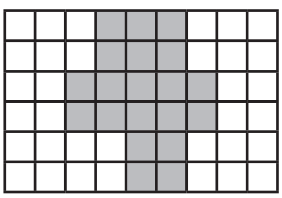


njësia matëse

Duhet të kihet parasysh se përkufizimi rigoroz dhe i plotë i sipërfaqes së figurave ose të një mase të përgjithshme është një detyrë matematike shumë e komplikuar dhe delikate, çfarë i tejkalon mundësitë e nxënësve të klasës së pestë. Prandaj këtu jemi të detyruar të sakrifikojmë precizitetin, të qenët komplet të matematikës në favor të qasjes më të qartë, më intuitive dhe për moshën e nxënësve më adekuate. Prandaj, të vetëdijshëm se do të mbetemi jo preciz dhe jo konsekuent, themi:

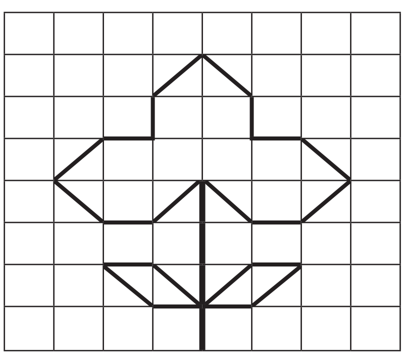
Sipërfaqe të figurës nënkuptojmë numrin e njësive matëse nga të cilat është përbërë ajo figurë.

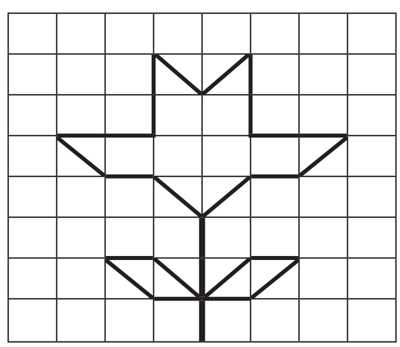
Detyra: Vizato figurën me sipërfaqe të njëjtë, por me formë të ndryshme.



- njësia matëse

Detyra: Krahaso sipërfaqet e figurave:





Për njësi matëse mund marrim figura të ndryshme. Në shembujt dhe detyrat nga Teksti ushtrojmë matjen e sipërfaqes.

Kur të njëjtën siprinë e masim me njësi të ndryshme mase, përftojmë numra të ndryshëm matës. Prandaj për matjen e sipërfaqes përdorim njësitë matëse konvencionale, të cilat do t’i mësojmë në orën e ardhshme.

4. 2. Njësitë për matjen e sipërfaqes më të vogla se m^2

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë rëndësinë dhe arsyen e futjes në përdorim të sistemit unik ndërkombëtar të masës së sipërfaqes;
- njohin metrin katror si njësi matëse themelore për sipërfaqen si dhe masat më të vogla se metri katror;
- zbatojnë procesin e përvetësuar më herët të pjesëtimit dhe shumëzimit me njësi dhjetore;
- vlerësojnë sipërfaqen e figurës.

Në pjesën hyrëse të orës është e dobishme që të përsëritet sistemi metrik për masën e gjatësisë dhe të njoftohen nxënësit si është futur në përdorim sistemi metrik.

Grumbulli i masave të përvetësuara në mënyrë arbitrare dhe në mënyrë të pavarur ka vështirësuar komunikimin, këmbimin e mallrave dhe zhvillimin e veprimtarive të tjera. Prandaj ka pasur tentativa që të vihet deri te disa konventa mbi masat. Kështu, mbreti anglez Henri I ka përcaktuar që distanca e majës së hundës së tij prej majës së gishtit të mesëm të dorës së majtë të tij të shtrirë të quhet jard dhe të merret për njësi matëse të gjatësisë në Angli.

Kështu deri te revolucioni Francez në vitin 1789 ka mbretëruar një llojllojshmëri e përgjithshme e njësive matëse, çfarë ka paraqitur një pengesë të përgjithshme për zhvillimin e shoqërisë.

Mangësitë themelore të njësive matëse të përdorura:

- kanë qenë të zgjedhura në mënyrë të çfarëdoshme dhe nuk kanë qenë unike (as në përmasat lokale, dhe natyrisht as në përmasat botërore);
- nuk kanë qenë të lidhura njëra me tjetrën në një sistem natyror;
- masat më të mëdha dhe më të vogla se njësia matëse janë formuar në mënyra të ndryshme.

Ideja që një gjendje e tillë të tejkalohet dhe që njësitë të futen në njëfarë mënyre nga natyra është paraqitur në Francë në fillim të shekullit të 18-të, mirëpo vetëm mbas revolucionit francez janë marrë hapat e parë konkretë që të formohet sistemi metrik i masës dhe të futet në përdorim në zbatimin e përditshëm.

Kështu paramasa për gjatësinë është lidhur me meridianin e Tokës dhe ajo, në një farë mënyre del nga dimensionet e Tokës. Njësia për gjatësinë është vendosur në vitin 1799. Ajo është 1 metër që është e barabartë me një të dyzetmilliontën pjesë të meridianit të Tokës (të Parisit). Në bazë të njësisë matëse të zgjedhur ashtu, është përkufizuar njësia për matjen e peshës - kilogrami, që është i barabartë me masën e 1 dm3 të ujit të pastër.

Ai sistem i vendosur atëherë është quajtur “metrik”, sepse në bazë të metrit është nxjerrë njësia për vëllimin, kurse në bazë të kësaj të fundit, njësia për peshën, madhësia e dytë themelore fizike.

Në mënyrë eksperimentale dhe grafike të paraqitet metri katror (1 m^2), decimetri katror (1 dm^2), centimetri katror (1 cm^2) dhe milimetri katror (1 mm^2), si dhe raportet e ndërsjella të këtyre njësive.

Në fund të orës mund të parashtrohen pyetjet:

1. Sa herë është m^2 më i madh se dm^2?
2. Sa herë është cm^2 më i vogël se m^2?
3. Çfarë është më i madh 20 dm^2 apo një e katërta e m^2?
4. Sa mm^2 ka në një gjysmë dm^2?

4.3. Njësitë për matjen e sipërfaqe më të mëdha se m^2

Qëllimet

Nxënësit:

- vënë re rëndësinë dhe nevojën e njësive matëse më të mëdha se $1m^2$ − sipërfaqja e oborrit, sipërfaqja e arës, sipërfaqja e shtetit, detit, oqeanit...;
- krahasojnë njësitë matëse;
- vlerësojnë sipërfaqet e figurave.

Kemi mësuar çfarë është metri katror. Kemi mësuar edhe njësitë matëse për sipërfaqen më të vogla se metri katror. Mirëpo, ato njësi nuk i përdorin kur flasim mbi sipërfaqen e Malit të Zi, Evropës ose mbi sipërfaqen e ujit në rruzullin e Tokës. Atëherë flasim mbi milionë miliona metra katrorë. Prandaj ekzistojnë njësi matëse më të mëdha sesa metri katror.

Të përpunohet shembulli hyrës nga Teksti.

Është e dobishme që në oborr të shënohet (të vizatohet) katrori me sipërfaqe 1 ar (1 a), kurse në fushën e futbollit të kontrollohet mundësia e paraqitjes së një hektari (1 ha).

Pasojnë ushtrimet në shembujt, të cilët i zgjedh arsimtari dhe në detyrat nga Teksti.

4.4. Shndërrimi i njësive matëse

Qëllimet

Nxënësit:

- zbatojnë njohuritë e arritura mbi masat për sipërfaqen;
- i shprehin masat e dhëna me disa masa të tjera;
- zbatojnë shumëzimin dhe pjesëtimin me njësi dhjetore;
- zbatojnë operacionet themelore aritmetike me numra me emërtime të ndryshme.

Gjatë zgjidhjes së shumicës së detyrave praktike na duhet të kryejmë operacione me madhësi të shprehura në njësi matëse të ndryshme. Prandaj në ato situata, fillimisht duhet që njësitë e ndryshme të masës të shndërrohen në njësi të njëjta.

Të përpunohet shembulli hyrës nga Teksti.

Duke zgjidhur detyrat 1, 2, 4 dhe 5 nxënësit përvetësojnë procesin e shndërrimit të njësive matëse të vogla në ato më të mëdha dhe anasjelltas. Mbas kësaj mund të propozoni një detyrë.

Detyrë: Të bëhet shoqërimi sipas modelit në figurë, ashtu që masat e shoqëruara të jenë të barabarta.

12 ha	6 407 m^2
1 700 m^2	25 dm^2
1 km^2	7 200 dm^2
72 m^2	17 a
250 000 mm^2	1 200 a
64 a 7 m^2	1 000 000 m^2

Detyra 6 i është kushtuar shndërrimit të sipërfaqeve të shprehura me dy njësi matëse në një njësi matëse, kurse detyra 7 ka qëllimin e anasjelltë. Në detyrën 8 nxënësit ushtrojnë krahasimin e sipërfaqeve që janë shprehur me numra me emra të ndryshëm.

Zgjidhjet e disa detyrave nga Teksti.

Detyra 3: Në fillim duhet të shprehim sipërfaqen e tokës së pyllëzuar në arë:

2 ha = 200 a. Në qoftë se në 1 a ndodhen 3 rrënjë, atëherë në 200 a ndodhen $200 \cdot 3 = 600$ rrënjë.

Detyra 9: Për ngjyrosjen e 6 m^2 bojaxhiu ka harxhuar 1 kg bojë. Për 9 a = 900 m^2 sipërfaqe nevojiten $900 : 6 = 150$ kg bojë.

Detyra 10: Sipërfaqja e dy vreshtave është

18 ha 80 a 24 m^2 = 180 000 m^2 + 8 000 m^2 + 24 m^2 = 188 024 m^2.

$\boxed{x}$ Sipërfaqja e një vreshti

$\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}$ Sipërfaqja e vreshtit tjetër

$4 \cdot x = 188\,024$,
$x = 47\,006$ m^2.
Sipërfaqja e vreshtit tjetër
47 006 m^2 = 4 ha 70 a 6 m^2.
Sipërfaqja e vreshtit tjetër është
$3 \cdot 47\,006 = 141\,018$ m^2 =
14 ha 10 a 18 m^2.

4.5. Krahasimi dhe zbatimi i njësive matëse

Qëllimet

Nxënësit:

- zbatojnë njohuritë e arritura mbi masat për sipërfaqen dhe mbi raportin reciprok të tyre;
- shprehin njësitë matëse të dhëna me disa të tjera të shprehura me numra me emërtime të ndryshme;
- zbatojnë veprimet algjebrike themelore me numrat me emërtime të ndryshme, në lidhje me njësitë matëse për sipërfaqen;
- zbatojnë shumëzimin dhe pjesëtimin me njësi dhjetore.

Propozojmë këto detyra hyrëse:

Detyra: Cila masë është më e madhe:

a) 33 533 dm^2 apo 3 a 33 m^2 333 dm^2,
b) 1 ha 5 a 15 m^2 apo 15 015 m^2,
c) 25 ha apo ¼ km^2?

Detyra: Kopshti i Agronit është 2 *ha* 50 *a* 85 m^2, kurse kopshti i Petritit 1 *ha* 160 *a* 15 m^2. Kopshti i kujt është më i madh dhe për sa metra katrorë?

Zgjidhje: Sipërfaqja 2 *ha* 50 *a* 85 m^2 e kopshtit të Agronit duhet të shndërrohet në m^2:

$$2 \text{ ha } 50 \text{ a } 85 \text{ m}^2 = 20\,000 \text{ m}^2 + 5\,000 \text{ m}^2 + 85 \text{ m}^2 = 25\,085 \text{ m}^2.$$

Sipërfaqja e kopshtit të Agronit është:

$$1 \text{ ha } 160 \text{ a } 15 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ m}^2 + 16\,000 \text{ m}^2 + 15 \text{ m}^2 = 26\,015 \text{ m}^2.$$

2 6015 – 25 085 = 930 m^2. Kopshti i Petritit është më i madh 930 m^2.

Detyra: Sipërfaqja e kuzhinës është 9 m^2, çfarë paraqet një të tetën e sipërfaqes së tërë apartamentit. Sa është sipërfaqja e apartamentit?

Zgjidhje: E dimë sesa është sipërfaqja e një të tetës pjesë të apartamentit. Domethënë apartamenti i tërë ka sipërfaqen $9 \cdot 8 = 72$ m^2.

Pasojnë ushtrimet e detyrave nga Teksti dhe Përmbledhja.

Zgjidhja e disa detyrave nga Teksti

Detyra 7: Sipërfaqja e pëlhurës së harxhuar për qepjen e mbulesës është 5 m^2 = 500 dm^2. Për qepjen e jastëkëve është harxhuar 500 : 2 = 250 dm^2. Për çarçafin e poshtëm është harxhuar 250 dm^2 + 130 dm^2 =

380 dm^2. Sipërfaqja e pëlhurës që është harxhuar për qepjen e këtyre shtresave dhe mbulesave është

$$500 \text{ dm}^2 + 250 \text{ dm}^2 + 380 \text{ dm}^2 = 1\,130 \text{ dm}^2 = 11 \text{ m}^2\ 30 \text{ dm}^2.$$

Detyra 8: Sipërfaqja e të gjitha fotografive është $218 \cdot 7 = 1\,526$ cm^2.

Detyra 9: Sipërfaqja e dërrasës së shahut është 10 dm^2 24 cm^2 = 1 000 cm^2 + 24 cm^2 = 1 024 cm^2. Gjithsej ka 64 fusha. Prandaj, sipërfaqja e një fushe të shahut është: 1 024 : 64 = 16 cm^2.

Në dërrasën e shahut, gjysma e fushave janë të bardha, kurse gjysma tjetër janë të zeza. Domethënë, sipërfaqja e fushave të bardha është e barabartë me sipërfaqen e fushave të zeza: 1 024 : 2 = 512 cm^2.

Detyra 10: Për lyerjen e 9 m^2 parket janë harxhuar 21 l bojë (vaj), kurse sipërfaqja e trapezarisë është 27 m^2, çfarë është tri herë më shumë. Prandaj, nevojiten 61 l bojë

Detyra 11: S = 9 a = 900 m^2. Në gjysmën e sipërfaqes janë mbjellë drunj të ndryshëm. 900 : 2 = 450 m^2. Në një të tretën pjesë janë mbjellë lule: 900 : 3 = 300 m^2. Sipërfaqja e rrugëzës është: 900 – (450 + 300) = 150 m^2.

V. Sipërfaqja e drejtkëndëshit dhe e katrorit

Qëllimet arsimore

Nxënësit:
- zbatojnë njohuritë e arritura më herët mbi drejtkëndëshin dhe katrorin;
- vënë re dhe kuptojnë siprinat e drejtkëndëshit dhe të katrorit;
- zhvillojnë aftësinë e krahasimit dhe të matjes së sipërfaqes së siprinave;
- njehsojnë sipërfaqen e drejtkëndëshit dhe të katrorit;
- kuptojnë dhe zbatojnë formulat përkatëse për llogaritjen e sipërfaqes së drejtkëndëshit dhe të katrorit dhe zgjidhin detyra përkatëse praktike;
- zhvillojnë dhe kultivojnë precizitetin në konstruksione, saktësinë në llogaritje, këmbënguljen në punë, kujdesin në kryerjen e detyrave të dhëna;
- zhvillojnë dhe kultivojnë elementet përkatëse të edukimit estetik dhe ndjenjën për shprehjen e bukur grafike.

5.1. Sipërfaqja e drejtkëndëshit

Qëllimet

Nxënësit:
- zbatojnë njohuritë e arritura më herët mbi drejtkëndëshin;
- kuptojnë se siprina e drejtkëndëshit është një pjesë e rrafshit që shtrihet brenda një drejtkëndëshi të caktuar;
- vënë re varësinë e sipërfaqes së drejtkëndëshit nga gjatësitë e brinjëve të tij;
- shprehin gjatësitë e brinjëve, në qoftë se janë të njohura sipërfaqja dhe brinja tjetër.

Plani i punës

Pjesa hyrëse e orës duhet t'i kushtohet përsëritjes së njohurive mbi drejtkëndëshin. Të vizatohet figura e drejtkëndëshit në tabelë, të shënohen brinjët me a dhe b, kurse kulmet me A, B, C dhe D. Nxënësit duhet të përgjigjen në këto pyetje:

1. Pse drejtkëndëshi emërtohet ashtu?
2. Çfarë është shënuar me shkronjat a dhe b?
3. Cilat brinjë të drejtkëndëshit i quajmë brinjë përballë?
4. Çfarë është perimetri i drejtkëndëshit dhe si njehsohet ai?
5. Cilat njësi për matjen e sipërfaqes i dini? Provoni të sqaroni se çfarë është sipërfaqja?

Në vazhdim të orës përdorim Tekstin: përcaktojmë sipërfaqen e drejtkëndëshit duke e ndarë atë në katrorë me brinjë një centimetër. Kështu gradualisht arrijmë deri te formula për sipërfaqen e drejtkëndëshit.

Të ushtrohen dhe përpunohen shembujt për llogaritjen e sipërfaqes së drejtkëndëshave në të cilët numrat matës janë numra shumëshifrorë.

Të përdoret lidhshmëria reciproke e shumëzimit dhe e pjesëtimit gjatë njehsimit të sipërfaqes kur janë të dhëna gjatësitë e brinjëve dhe njehsimit të gjatësisë së brinjës, kur janë të dhëna sipërfaqja dhe gjatësia e brinjës tjetër. Pra, në qoftë se $S = a \cdot b$, atëherë a · b, $a = S : b$ dhe $b = S : a$.

Të zgjedhen shembujt dhe detyrat në të cilat do të ushtrohet shumëzimi dhe pjesëtimi i numrave shumëshifrorë dhe shprehja e disa njësive matëse me njësi të tjera. Për shembull:

Detyra: Livadhi ka trajtën e drejtkëndëshit me dimensione 250 m dhe 1 500 dm. Sa dele mund të kullosin në livadh, në qoftë se në 5 a mund të ushqehen 3 dele?

Zgjidhje: Së pari: të shprehim të dy brinjët me njësi të njëjtë matëse 1 500 dm = 150 m,

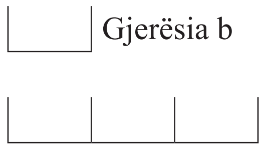
Së dyti: të njehsojmë sipërfaqen e livadhit $S = 250 \cdot 150 = 37\ 500\ m^2 = 375$ a,

Së treti: të njehsojmë sa pjesë nga 5 a përmban livadhi: 375 : 5 = 75,

Së katërti: $75 \cdot 3 = 225$ dele mund të ushqehen në këtë livadh.

Detyra: Gjatësia e drejtkëndëshit është tri herë më e madhe sesa gjerësia e tij. Të njehsohet perimetri dhe sipërfaqja e drejtkëndëshit, në qoftë se shuma e gjatësive të brinjëve është 36 cm.

Zgjidhja: Le të ilustrojmë detyrën (problemën) me anë të vizatimit..



Gjerësia b

Gjatësia tri herë më e madhe

E dimë se $a + b = 36$ dhe $a = 3 \cdot b$. Domethënë $4 \cdot b = 36$. Nga këtu përftojmë $b = 9$ cm, $a = 27$ cm. Tani kur dimë brinjët e drejtkëndëshit, nuk është vështirë të njehsojmë perimetrin dhe sipërfaqen e tij: $P = 2 \cdot (a + b) =$

$2 \cdot 36 = 72$ cm, $P = a \cdot b = 27 \cdot 9 = 243\ cm^2$.

Në pjesën tjetër të orës mësimore është i mundshëm ushtrimi me informatën kthyese.

1. Njehso sipërfaqen e drejtkëndëshit, në qoftë se:

   a) $a = 45$ m, $b = 78$ m; b) $a = 19$ m, $b = 600$ dm.

2. Njehso perimetrin e drejtkëndëshit me sipërfaqe 2 496 m^2 , në qoftë se gjatësia e një brinje është 48 m.
3. Gjatësitë e brinjëve të drejtkëndëshit janë shprehur me numra natyrorë në centimetra. Sipërfaqja e drejtkëndëshit është 20 cm^2. Ndër të gjithë ata drejtkëndësha të gjendet ai që ka perimetrin më të madh.

5.2. Varësia e sipërfaqes së drejtkëndëshit nga gjatësitë e brinjëve

Qëllimet

Nxënësit:

- vënë re varësinë e sipërfaqes së drejtkëndëshit nga gjatësitë e brinjëve të tij;
- zbatojnë njohuritë e arritura më herët mbi varësinë e prodhimit nga faktorë.

Në shembuj praktikë nga Teksti të tregohet dhe të sqarohet si ndryshon sipërfaqja e drejtkëndëshit në varësi të gjatësive të brinjëve. Meqenëse sipërfaqja e drejtkëndëshit është e barabartë me prodhimin e brinjëve të tij, të sqarohet se si ndryshon prodhimi në varësi të ndryshimit të faktorëve.

Mund të pasojnë ushtrimet e detyrave që i përgatit arsimtari dhe detyrave nga Përmbledhja.

5.3. Sipërfaqja e katrorit

Qëllimet

Nxënësit:

- zbatojnë njohuritë e arritura më herët mbi katrorin;
- kuptojnë se katrori është drejtkëndësh me brinjë të barabarta, prandaj formula për njehsimin e sipërfaqes së katrorit është $S = a \cdot a$ ose $S = a^2$,
- zbatojnë njohuritë e arritura më herët mbi njehsimin e sipërfaqes së drejtkëndëshit dhe katrorit gjatë zgjidhjes së detyrave praktike.

Plani i punës:

Në këtë pjesë të orës të përpunohen disa detyra të cilat kërkojnë njehsimin e sipërfaqes së drejtkëndëshit, pastaj të vazhdohet me katror:

E kemi të njohur që mot;
E ka vizatuar vëllai i madh;
Çdo kënd e ka të drejtë;
Çdo brinjë e ka të barabartë;
Dhe e quajmë ... (katror)

Të vizatohet figura e katrorit dhe të sqarohet raporti i brinjëve të tij, d.m.th. të sqarohet se katrori është drejtkëndësh me brinjë të barabarta.

Mbas kësaj, qëllimi i orës arrihet "në një hap" – meqenëse brinjët fqinje të këtij drejtkëndëshi, që është në fakt katror, janë a dhe a, rrjedh se sipërfaqja e katrorit është a · a, d.m.th. $S = a \cdot a$ ose $S = a^2$

Nxënësit ushtrojnë në shembuj që i përgatit arsimtari dhe në detyra nga Teksti. Të përpunohen edhe shembujt me numra matës shumëshifrorë, me qëllim që të përforcohet dhe përsëritet shumëzimi dhe pjesëtimi i numrave shumëshifrorë.

Si të njehsojmë gjatësinë e brinjës së katrorit, në qoftë se është dhënë sipërfaqja? Në këtë klasë duhet të kufizohemi vetëm në ata shembuj në të cilët gjatësia e brinjës është numër natyror. Pra, rrjedhimisht edhe sipërfaqja duhet të jetë numër natyror – të jemi më preciz, katror i një numri natyror. Të gjithë shembujt e tjerë, në të cilët, sipërfaqja nuk është katror i plotë, do të shqyrtohen në klasat më të larta. Kjo duhet t'u ceket nxënësve në mënyrë të qartë.

Nxënësit i njohin në kuadër të tabelës së shumëzimit katrorët e atyre numrave që nuk janë më të mëdhenj se 10. Fjala është mbi numrat që janë prodhimet e dy faktorëve të barabartë. Duhet të përmenden në mënyrë eksplicite:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100.

Në qoftë se, për shembull, sipërfaqja e katrorit $S = 81\ cm^2$, atëherë a = 9 cm, sepse 9 · 9 = 81.

Nëse fjala është mbi numra të mëdhenj matës, atëherë gjatësinë e katrorit e përcaktojmë duke vlerësuar dhe kontrolluar saktësinë e vlerësimit, d.m.th. duke shumëzuar dhe pjesëtuar. Që vlerësimi të jetë sa më i saktë, është e dobishme të përcaktohen, gjegjësisht, të vlerësohen disa intervale në të cilat ndodhet me siguri gjatësia e brinjës.

Kur nxënësit të përvetësojnë formulat për sipërfaqen e drejtkëndëshit dhe të katrorit, do të mund të përgjigjen me sukses në detyrat praktike. Për shembull:

Detyra: Dhoma me gjatësi 8 m dhe me gjerësi 5 m duhet të mbulohet me plloça katrore, brinjët e të cilave janë 20 cm. Sa plloça të tilla nevojiten?

Zgjidhje: Së pari njehsojmë sipërfaqen e dhomës: $S = 8 \cdot 5 = 40\ m^2 = 400\ 000\ cm^2$.

Së dyti, njehsojmë sipërfaqen e një plloçe $S_1 = 20 \cdot 20 = 400\ cm^2$.

Së treti: numri i plloçave është: $n = S : S_1 = 400\ 000 : 400 = 1000$.

Është i mundshëm edhe ushtrimi me shkrim me informatë kthyese.

1. Njehso sipërfaqen e drejtkëndëshit me brinjë 84 m dhe 75 m dhe shprehe në arë.
2. Njehso sipërfaqen e katrorit, perimetri i të cilit është 356 cm.
3. Perimetri i katrorit është 36 cm. Sa është sipërfaqja e katrorit, brinja e të cilit është 3 cm më e madhe?
4. Katrori dhe drejtkëndëshi me brinjë a = 42 cm dhe b = 36 cm kanë perimetra të barabartë. A ndryshojnë dhe sa është ndryshimi i sipërfaqeve të tyre?

5.4. Varësia e sipërfaqes së katrorit nga gjatësia e brinjës

Qëllimet

Nxënësit:

- vënë re varësinë e sipërfaqes së katrorit nga gjatësia e brinjës së tij;
- zgjidhin detyra tekstuale.

Në pjesën hyrëse të orës të përsëritet varësia e prodhimit nga nja faktor dhe nga dy faktorët.

Formula për sipërfaqen e katrorit është $S = a \cdot a$.

Në qoftë se gjatësinë e brinjës e zmadhojmë *n* herë, atëherë kemi

$$S = (n \cdot a) \cdot (n \cdot a) = a \cdot a \cdot n^2.$$

Sikur të ishte zmadhuar vetëm njëri faktor, prodhimi do të zmadhohej aq herë sa është zmadhuar ai faktor. Këtu kemi dy faktorë që janë të barabartë dhe të dy janë zmadhuar *n* herë. Domethënë, prodhimi është zmadhuar $n \cdot n$ herë.

Në qoftë se zmadhojmë gjatësinë e brinjës *n* herë, atëherë kemi

$S = (a : n) \cdot (a : n) = (a \cdot a) : (n \cdot n)$.

Në qoftë se një faktor zvogëlohet *n* herë, atëherë edhe prodhimi zvogëlohet *n* herë. Meqenëse këtu kemi dy faktorë të barabartë, të cilët njëkohësisht zvogëlohen *n* herë, atëherë edhe prodhimi zmadhohet $n \cdot n$ herë.

Nxënësit plotësojnë tabelën dhe vënë re varësinë e sipërfaqes nga gjatësia e brinjës:

a	1	2	3	4	6	8	9
a^2							

Ushtrimet e shembujve nga Teksti dhe detyrave nga Përmbledhja.

Detyra 6: Zgjidhje: Sipërfaqja e banjës është: $S = 3 \cdot 3 = 9\ m^2 = 90\ 000\ cm^2$.

Sipërfaqja e plloçës së kaltër është $S_1 = 100\ cm^2$, domethënë numri i plloçave të kaltra është $n = 90\ 000 : 100 = 900$.

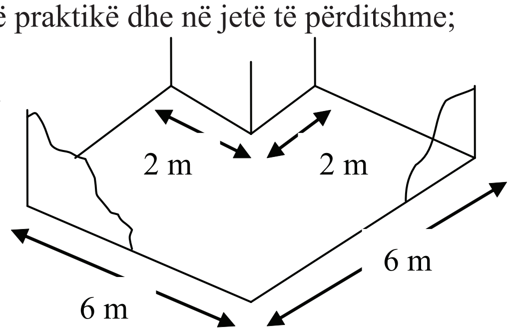
Brinja e plloçës me bojë kafe është dy herë më e madhe se brinja e plloçës së kaltër. Domethënë sipërfaqja e plloçës me bojë kafe është 4 herë më e madhe. Nga këtu përfundojmë se nevojiten 4 herë më pak plloça me bojë kafe sesa plloça të kaltra: $n_1 = 900 : 4 = 225$. Kemi mundur të njehsojmë edhe ndryshe, drejtpërdrejt, siç kemi njehsuar numrin e plloçave të kaltra. Brinja e plloçës së gjelbër është tri herë më e madhe sesa ajo e plloçës së kaltër. Domethënë nevojiten 9 herë më pak plloça të gjelbra sesa të kaltra: nevojiten $n^2 = 900 : 9 = 100$ plloça të gjelbra. Me fjalë të tjera nevojiten 9 herë më shumë plloça të kaltra sesa të gjelbra.

5.5. Sipërfaqja e figurave të përbëra

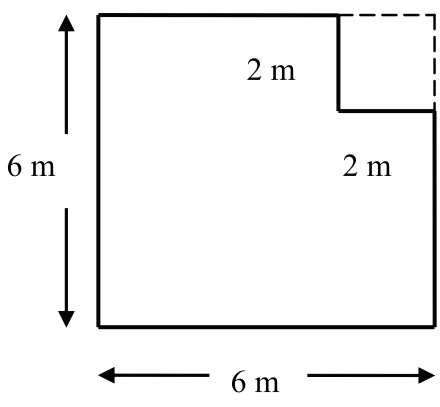
Qëllimet

Nxënësit:

- njehsojnë sipërfaqet e figurave të përbëra nga drejtkëndëshi dhe katrori;
- zhvillojnë aftësinë që të shqyrtojnë dhe të kuptojnë situata të komplikuara gjeometrike;
- kuptojnë vlerën e zbatimit të punës matematike në praktikë dhe në jetë të përditshme;
- zbatojnë njohuritë e arritura.



Shembulli hyrës mund të merret nga praktika. Dyshemeja e dhomës duhet të mbulohet me tepih, forma e të cilit është si në figurë. Shohim se nevojitet të blihet tepihu me madhësi 6 m x 6 m dhe nga ai të hiqet katrori me brinjë 2 m.



Sipërfaqja e tërë tepihut është: $S = 6 \cdot 6 = 36\ m^2$, a kurse sipërfaqja e pjesës së prerë është: $S_1 = 2 \cdot 2 = 4\ m^2$.

Domethënë, sipërfaqja e dobishme e tepihut është $S - S_1 = 36 - 4 = 32\ m^2$.

Natyrisht, sipërfaqen e dobishme të tepihut kemi mundur ta njehsojmë edhe ndryshe. Duhet të vëmë re se figura e përbërë e dhomës mund të zbërthehet në dy drejtkëndësha, gjatësia e njërit prej të cilëve është 6 m kurse gjerësia 4 m (= 6 – 2), gjersa gjatësia e tjetrit 4 m (=6 – 2) dhe gjerësia 2 m. Vizatoni figurën e zbërthimit të tillë! Sipërfaqja e përgjithshme është $24 + 8 = 32\ m^2$.

Pra në këtë shembull, shohim qartas se ekzistojnë dy qasje gjatë shqyrtimit dhe njehsimit të sipërfaqeve të figurave të përbëra gjeometrike. Një qasje bazohet në "plotësimin", kurse qasja tjetër në "zbërthimin". Të dy qasjet bazohen në principin:

Figurat e bashkëzbërthyeshme kanë sipërfaqe të barabarta.

Është shumë me rëndësi që nxënësit të mësojnë të zbatojnë këto dy qasje. Kështu ata përforcojnë aftësitë e tyre që të shqyrtojnë dhe të kuptojnë situata të komplikuara gjeometrike. Aftësitë e tilla kanë rëndësi të veçantë në situata të shumta, si në planin teorik ashtu edhe në atë praktik.

Në Tekst, detyrat 3, 4 dhe 5 janë përpunuar me anë të principit të zbërthimit. Detyrat 6 dhe 7 janë përpunuar me anë të principit të plotësimit. Mbas përpunimit të këtyre detyrave, ju propozojmë që nxënësve t'u jepni detyrën që shembujt 3, 4, 5 t'i punojnë me anë të principit të plotësimit, kurse detyrën 6 me anë të principit të zbërthimit. Kjo detyrë mund të jetë edhe shtëpiake.

Pastaj arsimtari duhet të tërheqë vëmendjen nxënësve në detyrën 7 dhe zgjidhjen e saj me metodën e vizatimit shtesë. Fjala është si më poshtë. Në pamje të parë, në detyrën 7 nuk ka të dhëna të mjaftueshme që ajo të zgjidhet me metodën e zbërthimit. Prandaj kjo detyrë është e volitshme për ilustrimin e metodës së plotësimit. Mirëpo, në qoftë se thellohemi në këtë problem, shohim se përgjigjja në detyrën 7 *nuk varet nga vendi i saktë se ku ndodhet shtëpia!* Kjo vërejtje jo aq e lehtë na mundëson që detyrën ta sjellim në detyrën ekuivalente, në të cilën shtëpia ndodhet pikërisht në kënd. Vizatoni figurën e re! Tani detyra njehsohet lehtë: përftohen dy drejtkëndësha, i pari me dimensione 23 m dhe 14 m, kurse i dyti me dimensione 14 m dhe 9 m. Vizatoni figurën e zbërthimit.

Vërejmë në fund, se në të dy qasjet zbatojmë "vizatimin shtesë", d.m.th. është e dobishme të vihen re vijat që nuk ekzistojnë në figurë gjatë formulimit të detyrës. Vizatimi shtesë është procesi që takohet në shumë vende në gjeometri dhe gjithmonë nënkupton kuptimin e mirëfilltë të situatës. Duhet që nxënësit të nxiten sa më shumë që të vënë re dhe të zbatojnë këtë metodë.

Nxënësit më tutje ushtrojnë detyrat nga Teksti dhe Përmbledhja.

VI. Sipërfaqja e kuboidit dhe e kubit

Qëllimet arsimore

Nxënësit:

- vënë re sendet dhe siprinat e tyre nga rrethi ku jetojnë, në modelet dhe figurat;
- njohin trupat themelorë poliedrikë;
- kuptojnë nocionet: model, në shembullin e kuboidit, paraqitjen grafike (figurën) të kuboidit dhe kuboidin si figurë gjeometrike;
- vënë re faqet, brinjët, kulmet dhe siprinat e sendeve;
- vënë re kubin dhe kuboidin në modele dhe figura, si dhe faqet e tyre, kulmet dhe brinjët;
- vizatojnë hapjen e modelit të kuboidit dhe të kubit;
- njehsojnë sipërfaqen e kuboidit dhe të kubit;
- zhvillojnë aftësinë për zbatimin e njohurive të arritura mbi sipërfaqen e drejtkëndëshit dhe katrorit në njehsimin e sipërfaqes së kuboidit dhe të kubit;
- zhvillojnë aftësinë për zbatimin e njohurive të arritura mbi njësitë për sipërfaqen;
- zgjidhin detyra dhe probleme praktike duke zbatuar për sipërfaqet e kuboidit dhe të kubit;
- përdorin në mënyrë të rregullt mjetet për vizatim;
- zhvillojnë aftësinë për zbatimin e njohurive të arritura mbi veprimet algjebrike gjatë njehsimit të sipërfaqes së kuboidit dhe të kubit;
- zhvillojnë aftësitë e vërejtjes dhe akcentimit të nocioneve të rëndësishme në lidhje me ato të parëndësishme;
- zhvillojnë dhe kultivojnë elementet e edukimit estetik të tyre.

6.1. Vetitë e kuboidit dhe të kubit

Qëllimet

Nxënësit:

- vënë re sendet dhe siprinat e tyre nga rrethi ku jetojnë, në modele dhe në figurë;
- njohin, dallojnë dhe vizatojnë kuboidin e kubin;
- vënë re brinjët kongruente dhe paralele, vënë re brinjët që nisen nga i njëjti kulm i kuboidit ose kubit (tri dimensionet);
- zhvillojnë mendimin dhe përfundimin matematik të mirëfilltë;
- vërejnë, shqyrtojnë dhe përcaktojmë lidhjet ndërmjet figurave gjeometrike të caktuara.

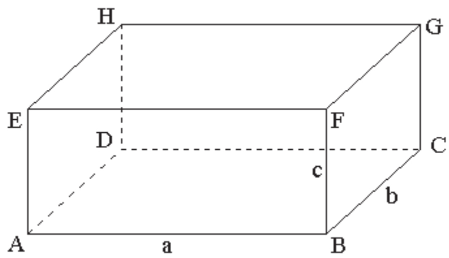
Në matematikë, pjesën e kufizuar të hapësirës e quajmë trup gjeometrik. Trupat gjeometrikë të kufizuar vetëm me siprina të rrafshëta i quajmë trupa poliedrikë. Siprinat e rrafshëta që kufizojnë trupin i quajmë faqe. Ata trupa mund të kenë forma të ndryshme

Trupi poliedrik, faqet e të cilit janë drejtkëndësha quhet kuboid.

Trupi poliedrik, faqet e të cilit janë katrorë kongruentë quhet kub.

Në jetën e përditshme, shpeshherë paraqiten sende që kanë trajtën e kuboidit dhe të kubit. Këto sende i quajmë modele të atyre trupave. Për shembull: Dollapi në klasë është një model i kuboidit, ndërsa zari është model i kubit.

Nxënësit japin edhe disa modele të kuboidit.



Le të vështrojmë në detaje klasën që ka trajtën e kuboidit. Në klasë kemi dyshemenë dhe tavanin që paraqesin drejtkëndësha kongruentë. Muri në të cilin ndodhet tabela dhe muri përballë gjithashtu paraqesin drejtkëndësha kongruentë. Gjithashtu edhe muri me dritare si dhe muri përballë tij paraqesin drejtkëndësha kongruentë.

Muret, tavani dhe dyshemeja janë faqet e kuboidit të paraqitur me modelin e klasës.

Dimensionet e klasës janë gjatësia, gjerësia dhe lartësia. Tregoni dhe sqaroni.

Të vizatohet modeli i kuboidit në tabelë dhe të sqarohet se kur vizatojmë brinjët që nuk shihen, përdorim vijat e ndërprera. Në atë model të sqarohet se cilat janë faqet, brinjët, kulmet dhe çfarë quhen dimensionet e kuboidit.

Në vazhdim të shqyrtohet kubi. Le të shqyrtojmë një model të kubit.

1. Nxënësit emërtojnë sendet në natyrë që kanë trajtën e kubit.
2. Përshkruajnë siprinën e kubit.
3. Numërojnë kulmet dhe brinjët e kubit.
4. Numërojnë faqet e kubit.
5. Vizatojnë figurën e kubit në fletore dhe u përgjigjen pyetjeve nga Teksti.

Është shumë e rëndësishme që secili nxënës të mësojë të tregojë çfarë paraqet kulmi, çfarë brinja dhe çfarë paraqet faqja e kubit. Secili nxënës duhet të mësojë sa kulme ka kubi, sa brinjë dhe sa faqe. Nuk tolerohet që ndonjë nxënës të mos i mësojë këto fakte.

Pasojnë ushtrimet në shembuj, të cilat i përgatit arsimtari dhe detyrat nga Teksti.

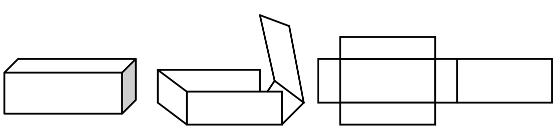
6.2. Hapja e kuboidit dhe kubit

Qëllimet

Nxënësit:

- vizatojnë dhe presin hapjen e kuboidit dhe të kubit;
- ndërtojnë hapjen e kuboidit dhe të kubit me përmasa të caktuara;
- zhvillojnë precizitetin e nevojshëm gjatë vizatimit dhe matjes;
- zhvillojnë aftësitë mendore për vërejtjen e lidhjes ndërmjet kuboidit, kubit dhe hapjeve të tyre;
- Vënë re vizatimet e shumëkëndëshave që përbëhen nga gjashtë katrorë kongruentë ose tre çifte drejtkëndëshash dhe analizojnë, nëse ato janë hapjet e kuboidit apo të kubit.

Ja një shembull se si zhvillohet kuboidi (formohet hapja e tij).



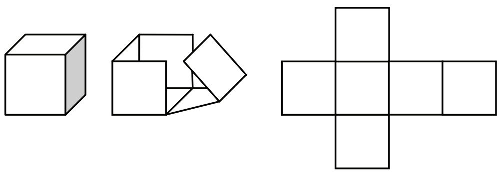
(Më mirë nxënësit të sjellin një kuti të zbrazët, për shembull kuti për çaj ose një tjetër të ngjashme.)

Në Tekst janë cekur edhe tri hapje të mundshme të kuboidit.

Në figurë, ku djali shikon një hapje në tavolinë, është paraqitur shembulli i hapjes, nga e cila nuk mund të formohet kuboidi. Të tërhiqet vëmendja në faktin se dialogu i vajzës dhe i djalit mund të habisë nxënësit duke i nxitur të mendojnë se në fakt ajo hapje është njëra prej hapjeve të përmendura më lart.

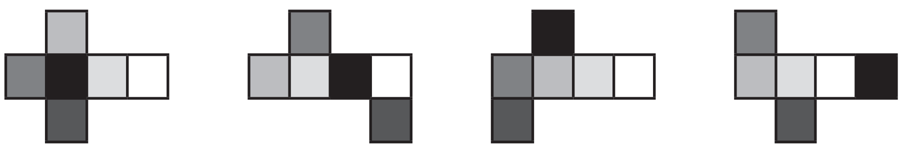
Detyra 1. (Teksti): Shikoni vizatimet me kujdes, eliminoni, analizoni dhe përgjigjuni në pyetjen e parashtruar. Pastaj bëni prerjen e hapjes duke e palosur në një model të kuboidit dhe kontrolloni rezultatin (përgjigjen) tuaj.

Ja një shembull se si zhvillohet kubi.



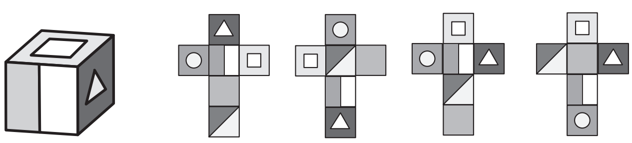
Në detyrën 4 janë ofruar 11 hapje të mundshme të kubit. U propozoni nxënësve që të zgjedhin një hapje interesante, nga ajo të formojnë kubin dhe të ngjyrosin faqet e kundërta me ngjyra të ndryshme. Në vazhdim punoni këto detyra.

Detyra: Imagjinoni se keni formuar kube nga hapjet e dhëna (shiko figurën). Përcaktoni ngjyrën e faqes së sipërme, në qoftë se sipërfaqja e poshtme është e zezë.



Detyra: Shikoni me kujdes, i vizatoni në në fletoren tuaj, vini re lidhjet dhe përgjigjuni se cilat janë hapje të kubit dhe cilat nuk janë.

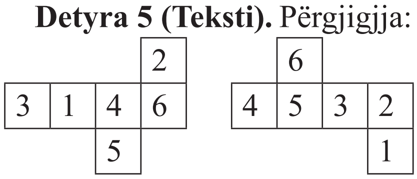
Detyra 3 (Teksti): Cila nga katër hapjet e dhëna është hapja e kubit të dhënë?



A B C D

Përgjigja: nën C.

Detyra 5 (Teksti). Përgjigjja:



6.3. Sipërfaqja e kubit dhe e kuboidit

Qëllimet

Nxënësit:

- vërejnë dhe kuptojnë nocionin e sipërfaqes së kubit me ndihmën e modelit të tij dhe të vizatimit;
- kuptojnë dhe në detyra zbatojnë formulën $S = 6 \cdot a^2$;
- vërejnë dhe kuptojnë nocionin e sipërfaqes së kuboidit me ndihmën e modelit të tij dhe të vizatimit;
- kuptojnë dhe zbatojnë formulën $S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$;
- njehsojnë sipërfaqen e kubit (kuboidit);
- kuptojnë mundësinë e zbatimit të punës matematike në praktikë dhe në jetën e përditshme.

Në pjesën hyrëse të orës, arsimtari propozon detyrat e mëposhtme:

1) Gjeni sipërfaqen e drejtkëndëshit me brinjë me gjatësi 3cm dhe 5 cm. Shënoni në tabelë formulën për njehsimin e sipërfaqes së drejtkëndëshit.

2) Gjeni sipërfaqen e katrorit me brinjë me gjatësi 16cm. Shënoni formulën për sipërfaqen e katrorit.

3) 5 ha 12 a = ____ m^2; 52 m^2 = ______cm^2; 34 dm^2 = ______ cm^2;

1 030 a = ___ha __ a.

Arsimtari propozon që të shikohet modeli i kubit dhe t'u përgjigjen pyetjeve:

1) Cilën formë kanë faqet e kubit?

2) Çfarë mund të thoni mbi faqet dhe brinjët e kubit?

Mbas analizës së këtillë të gjithanshme të karakteristikave të kubit, nxënësit duhet që në mënyrë të pavarur të vinë deri te formula për njehsimin e sipërfaqes së kësaj figure gjeometrike. Që të arrijnë një qëllim të tillë duhet të përdorin njohuritë mbi njehsimin e sipërfaqes së katrorit dhe të drejtkëndëshit.

Pesë minutat e fundit të orës mund t'u kushtohen pyetjeve përkatëse me informata kthyese.

Për shembull:

1. Plotëso tabelën e mëposhtme:

Brinja e kubit	Perimetri i një faqeje	Gjatësia e të gjitha brinjëve	Sipërfaqja e faqes	Sipërfaqja e kubit
a	$4 \cdot a$	$12 \cdot a$	a^2	$6 \cdot a^2$
6 m				
	32 m			
		120 cm		
			81 m^2	
				150 m^2

Sipërfaqja e kuboidit:

Arsimtari propozon që të shikohet modeli i kuboidit dhe t'u përgjigjen pyetjeve:

1. Cilat figura e përbëjnë siprinën e kuboidit?
2. Çfarë mund të thoni mbi faqet e kundërta të kuboidit?

3. Sa faqe, brinjë dhe kulme ka kuboidi?

Arsimtari thekson problemin në trajtën e detyrës:

Sa bojë nevojitet që të ngjyroset kutia në trajtën e kuboidit,

në qoftë se për 1 dm^2 të sipërfaqes nevojitet 2 g bojë?

Çfarë duhet të dimë, që të zgjidhim këtë detyrë? (duhet të dimë sipërfaqen).

Që të njehsojmë sipërfaqen e kuboidit, nevojitet të gjejmë sipërfaqet e 6 faqeve të kuboidit që paraqesin drejtkëndësha. Fjala është mbi tri çifte drejtkëndëshash kongruentë.

Të theksohet detyra që të njehsohet sipërfaqja e modelit konkret të kuboidit. Nxënësit marrin modelin e kuboidit. Arsimtari iu propozon nxënësve që në çifte (nga një model në çdo bankë) të kryejnë matjet e nevojshme. Arsimtari vëzhgon dhe kontrollon punën e nxënësve.

Duke zbatuar njohuritë e arritura mbi njehsimin e sipërfaqes së drejtkëndëshit, nxënësit arrijnë deri te mënyra e njehsimit të sipërfaqes së kuboidit dhe vetë përftojnë formulën:

$$S = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c \text{ ose } S = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c).$$

Pason përvetësimi i plotë i formulës për njehsimin e sipërfaqes së kuboidit dhe kubit duke zgjidhur detyra përkatëse.

Vijojnë ushtrimet në detyrat e përgatitura dhe detyrat nga përmbledhja. Për nxënësit më të mirë të përgatiten detyra më të komplikuara në fletën mësimore.

Në fund të orës së dytë është i mundshëm ushtrimi i shkurtër me shkrim me informatë kthyese.

1. Njehso sipërfaqen e kubit, brinja e të cilit është 28 cm.
2. Njehso sipërfaqen e kuboidit me gjatësi 37 cm, gjerësi 16 cm dhe lartësi 15 cm.
3. Sipërfaqja e kubit është e barabartë me sipërfaqen e drejtkëndëshit me brinjë 16 cm dhe 24 cm. Njehso brinjën e kubit.
4. Njehso lartësinë e kuboidit, gjatësia e të cilit është 12 cm, gjerësia 15 cm, kurse sipërfaqja 1440 cm^2.

6.4. Varësia e sipërfaqes së kubit nga gjatësia e brinjës (Tema nuk është e obligueshme)

Qëllimet

Nxënësit:

- vërejnë ndryshimet e sipërfaqes së kubit gjatë ndryshimit të brinjës së tij;
- zbatojnë njohuritë e arritura mbi njehsimin e sipërfaqes së kubit dhe kuboidit gjatë zgjidhjes së detyrave praktike.

Të përpunohen shembujt nga Teksti. Zgjidhen në bazë të varësisë së prodhimit nga faktorët. Ato rregulla nuk është vështirë që të zbatohen në këto raste.

Formula për sipërfaqen e kubit është $S = 6 \cdot a \cdot a$.

Në qoftë se zmadhojmë gjatësinë e brinjës *n* herë, atëherë kemi:

$$S = 6 \cdot (n \cdot a) \cdot (n \cdot a) = 6 \cdot a \cdot a \cdot n^2.$$

Kur një faktor zmadhohet n herë, atëherë edhe prodhimi zmadhohet *n* herë. Meqenëse në këtë rast të dy faktorët janë të barabartë, duke zmadhuar njëkohësisht të dy faktorët njësoj, prodhimi zmadhohet $n \cdot n$ herë.

Në qoftë se zvogëlojmë gjatësinë e brinjës *n* herë, atëherë në mënyrë të ngjashme kemi:

$$S = 6 \cdot (a : n) \cdot (a : n) = 6 \cdot (a \cdot a) : (n \cdot n).$$

Në qoftë se faktori zvogëlohet *n* herë, atëherë edhe prodhimi zvogëlohet *n* herë. Në këtë rast kemi dy faktorë që janë të barabartë dhe që njëkohësisht zvogëlohen *n* herë. Domethënë, prodhimi zvogëlohet $n \cdot n$ herë.

Pasojnë ushtrimet në detyrat e përgatitura dhe detyrat nga Përmbledhja. Për nxënësit më të mirë të përgatiten detyra më të komplikuara në fletët mësimore.

Në fund të këtij mësimi është i mundshëm kontrolli mbi vëllimin dhe nivelin e njohurisë së nxënësve mbi sipërfaqen e kuboidit dhe të kubit, mbi kuptimin e lidhshmërisë ndërmjet elementeve të detyrës tekstuale. Në këtë mënyrë konstatohet edhe lidhja midis gjeometrisë dhe algjebrës.

Ushtrim me shkrim

1. Çfarë duhet të masim dhe si të zbatojmë matjet gjatë njehsimit të sipërfaqes së: a) kuboidit, b) kubit?

2. Gjatësitë e brinjëve të një kutie të formës së kuboidit janë 8 cm, 19 cm dhe 14 cm. Të njehsohen:

   a) shuma e gjatësive të të gjitha brinjëve, b) sipërfaqja e kutisë.

3. A nevojitet më shumë letër dekoruese për mbështjelljen e dhuratës që ka formën e kubit, brinja e të cilit është 18 cm ose dhuratës që ka formën e kuboidit, brinjët e të cilit janë a = 24 cm, b = 7 cm dhe c = 13 cm?

4. Nga llamarina që ka formën e kubit me brinjë 50 cm duhet të pritet dhe të ndreqet kutia që ka formën e kuboidit, brinjët e të cilit janë 32 cm, 15 cm dhe 9 cm. A është e mundshme një gjë e tillë? Në qoftë se përgjigjja është afirmative, përcakto sipërfaqen e mbetjes.

5. Shuma e gjatësive të të gjitha brinjëve të kubit është 180 cm dhe është e barabartë me shumën e gjatësive të të gjitha brinjëve të kuboidit. Një brinjë e kuboidit është a = 12 cm, kurse brinja tjetër b = 17 cm. A është më e madhe sipërfaqja e kubit apo e kuboidit?

VII. Përpunimi dhe paraqitja e të dhënave

Qëllimet arsimore

Nxënësit:

- zbatojnë teknikat e thjeshta dhe të sigurta të numërimit;
- njoftojnë mënyrat e ndryshme të paraqitjes së të dhënave;
- shënojnë të dhënat në tabelë, i gjejnë të dhënat në tabelë të thjeshtë;
- lexojnë të dhënat nga diagrami;
- trajtojnë dhe përpunojnë të dhënat e papërpunuara në informata të dobishme, të cilat paraqesin përgjigje në detyrë të parashtruar;
- sqarojnë, shqyrtojnë të dhënat dhe formulojnë përgjigjet në pyetje të rëndësishme.

7.1. Grumbullimi dhe paraqitja e të dhënave

Qëllimet

Nxënësit:

- njoftojnë teknikën e numërimit gjatë procesit;
- paraqesin të dhënat në tabela;
- paraqesin të dhënat numerike grafikisht;
- lexojnë të dhënat nga diagrami.

Me siguri, shpeshherë keni shikuar në gazeta, libra, në revista dhe në televizor, me ndihmën e disa tabelave, shtyllave, lakoreve, rrathëve dhe figurave të tjera, të paraqitura të dhënat e ndryshme mbi dukuritë masive nga natyra dhe shoqëria. Ato të dhëna për dukuritë masive i hulumton dega e veçantë e matematikës, e ashtuquajtura statistika.

Hulumtime statistikore zbatohen në mjekësi në zbulimin e shkaqeve të sëmundjeve; në bujqësi analizohet ndikimi i shiut dhe ujitjes, si dhe rrezet e diellit dhe temperatura në rendimente bujqësore. Në meteorologji, në bazë të të dhënave statistikore formohen prognozat afatgjata. Hulumtimi statistikor zbatohet pothuajse në të gjitha disiplinat shkencore dhe lëmenjtë e veprimtarive praktike (posaçërisht në lëmin e jetës shoqërore). Mund të themi: statistika është shkenca që hulumton, analizon dhe njofton lidhshmëritë e dukurive masive.

T'u propozohet nxënësve një hulumtim, për shembull:

Cila është ngjyra më e pëlqyer në klasë?

Së pari duhet të grumbullojnë të dhënat.(Arsimtari vizaton tabelën në të cilën plotëson shtyllën me ngjyra, pastaj pyet secilin nxënës sipas radhës që të zgjedhë njërën prej ngjyrave të ofruara, pastaj secilën përgjigje e vendos në tabelë duke përdorur një simbol, p.sh. "|". Të sqarohet, se në rastet kur bëhet numërimi gjatë një procesi, është e zakonshme dhe shumë e dobishme që objektet e një grupi të paraqiten me një simbol të njëjtë, për shembull me "|".)

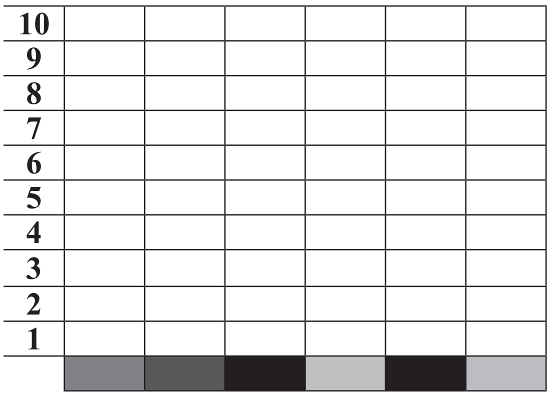
Ngjyrat	Simbolet	Gjithsej
Kuqe		
Gjelbër		
Kaltër		
Verdhë		
Zezë		
Kafe		

Të dhënat e bashkuara paraqiten në tabelë

Të dhënat numerike nga një tabelë mund t'i paraqesim edhe grafikisht, me ndihmën e diagrameve të ndryshme. Ekzistojnë shumë mënyra të paraqitjes grafike. Paraqitja më e thjeshtë grafike është me ndihmën e segmenteve ose drejtkëndëshae.

Mirëpo, mund të përdoren edhe figura të tjera, të cilat me anët e ilustrimeve të tyre mund ta tregonin më mirë se mbi çfarë të dhënash është fjala.

Arsimtari u propozon nxënësve që të dhënat nga tabela t'i mbartin në diagram dhe të përgjigjen në këto pyetje:



1. Cila është ngjyra më e pëlqyer në klasë?

2. Cila është ngjyra më pak e pëlqyer nga nxënësit?

3. A ekzistojnë ngjyrat, për të cilat janë shprehur një numër i njëjtë nxënësish? Cilat janë ato ngjyra, nëse ekzistojnë?

4. A ekziston ngjyra, për të cilën janë shprehur 5 nxënës?

5. Sa nxënës janë pyetur?

Paraqitja grafike i kontribuon shqyrtimit të qartë dhe krahasimit të të dhënave, si dhe kuptimit të ndryshimeve të tyre gjatë një periudhe ose procesi të caktuar.

Në vazhdim të orës të përpunohen detyrat 1 dhe 2 nga Teksti.

Në orën e dytë mund t'i ndani nxënësit në tri grupe, ashtu që secili grup të përftojë detyrën e vet.

1. Grupi 1: Cilat ëmbëlsira janë më të pëlqyera? (akullorja, çokollata, bonbone apo torta)

2. Grupi 2: Cili sport është më i pëlqyeri? (futbolli, vaterpolo, tenisi, volejbolli, basketbolli)

3. Grupi 3: Cili është suksesi i nxënësve në matematikë në fund të gjysmëvjetorit të parë?

7.2. Diagramet me shtylla dhe me vija. Mesatarja aritmetike

Qëllimet

Nxënësit:
- lexojnë të dhënat nga diagrami;
- zbatojnë njohuritë e arritura më herët mbi njehsimin e mesatares aritmetike të numrave?
- përcaktojnë mesataren aritmetike në bazë të të dhënave nga diagrami;
- paraqesin të dhënat me ndihmën e diagramit me vija.

Në pjesën hyrëse të orës të përsëritet se në cilat mënyra mund të paraqiten të dhënat.

Nxënësit në orët e kaluara kanë grumbulluar të dhënat në mënyrë të pavarur dhe formuar diagramet më të thjeshta me shtylla. Tani kanë pranë tyre diagramet dhe duhet të kuptojnë, shqyrtojnë dhe të lexojnë të dhënat dhe të japin përgjigjet në pyetjet e rëndësishme.

Detyra 1 (Teksti): Është paraqitur një diagram që paraqet se sa fëmijë kanë ardhur në shkollë mbas pushimit. Në bazë të diagramit do të përgjigjeni lehtë në pyetjet që janë të lidhura me krahasimin e numrit të nxënësve në paralele, sepse vizatimin do ta kuptoni më shpejt, më qartë dhe më lehtë sesa tabelën numerike.

Mirëpo nuk është qëllimi i diagramit që të zëvendësojë secilën tabelë me të dhëna, por që të shprehen më qartë raportet ndërmjet madhësive. Prandaj diagramet nuk kanë atë saktësi që e kanë tabelat: Me anë të vizatimit nuk mund të arrihet një precizitet i plotë. Në një gjë të tillë nxënësit mund të binden kur t'u duhet të njehsojnë numrin mesatar të nxënësve. Prandaj propozojmë që, në bazë të diagramit, nxënësit të formojnë dhe ndërtojnë tabelën, nga e cila janë marrë të dhënat:

Paralelja	Numri i nxënësve
5 a	**26**
5 b	**30**
5 c	**23**
5 d	**27**
5 e	**24**

Detyra 2 (Teksti): Në detyrën e dytë, krahas përgjigjes në pyetje dhe formimit të tabelës me të dhëna, mund të propozoni edhe detyrën e re:

Janë të njohura të dhënat e mbi shitjen ditore të gazetave në kioskën e dytë.

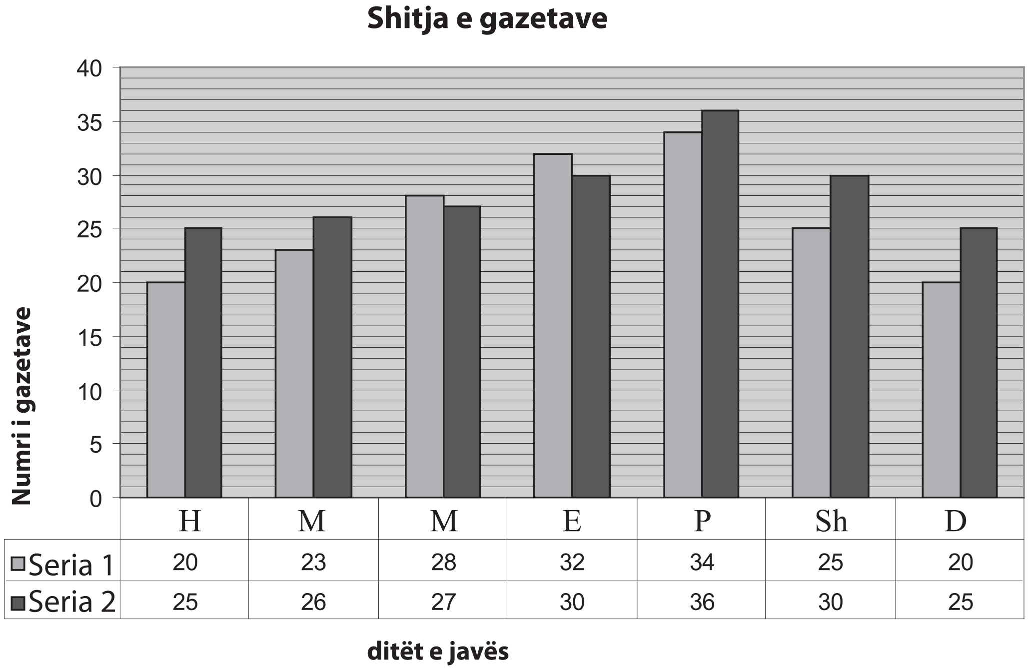
	E hënë	**E martë**	**E mërkurë**	**E enjte**	**E premte**	**E shtunë**	**E diel**
Kioska II	**25**	**26**	**27**	**30**	**36**	**30**	**25**

Paraqitni ato të dhëna në të njëjtin diagram.

Nëse dëshirojmë të paraqesim dukuritë që janë të lidhura mes vete me të dhëna të të njëjtës gjini, atëherë mund të zbatojmë edhe shtyllat e dyfishta, ashtu që shtyllat përkatëse nga të dy vargjet vendosen njëra pranë tjetrës. Shtyllat që paraqesin të dhënat nga një kioskë mund të paraqiten në një ngjyrë, kurse shtyllat që paraqesin të dhënat në lidhje me kioskën e dytë, me ngjyrën tjetër.

Tani mund të parashtrohen pyetjet vijuese:

1. Në cilën kioskë është shitur më pak dhe se në cilën më shumë gazeta gjatë një dite dhe cila ka qenë ajo ditë?
2. Në ç'ditë është shitur sasi e njëjtë e gazetave në të dy kioskat?
3. Sa gazeta janë shitur gjithsej të shtunën në të dy kioskat?
4. Sa gazeta janë shitur më shumë të dielën në kioskën e dytë sesa në kioskën e parë?
5. Në ç'ditë, në kioskën e dytë janë shitur më shumë gazeta sesa në të parën?
6. Gazetat ditore kushtojnë 50 centë. Sa është fitimi në kioskën e parë: a) të premten, b) për vikend, c) gjatë tërë javës?



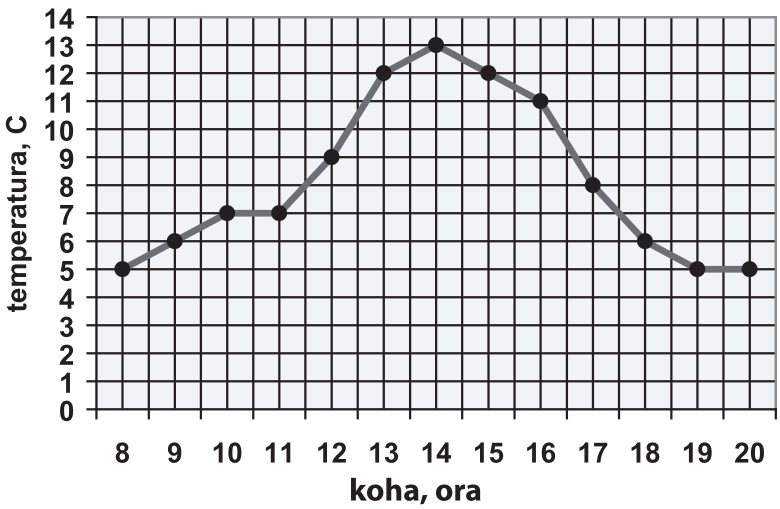
Japim shembullin si duhet të duket diagrami me shtylla të dyfishta:

Mund të jepet kjo detyrë shtëpie për orën e ardhshme: Të grumbullohen të dhënat sipas temave:

1. Numri i banorëve në komunat e Malit të Zi.
2. Sipërfaqja e komunave të Malit të Zi.
3. Numri i orëve sipas lëndëve në klasën e pestë për një vit.
4. Ndryshimi i temperaturës gjatë ditës (të dhënat mbi temperaturën ditore regjistrohen çdo 60 min në intervalin kohor prej 8 deri në 20 h).

Të dhënat mund t'i paraqesim edhe me ndihmën e diagramit me vija. Në bazë të të dhënave të grumbulluara mbi ndryshimin e temperaturës, mund të formoni diagramin me vija dhe të përgjigjeni. Për shembull:

Koha, ora	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Temperatura, C^0	**5**	**6**	**7**	**7**	**9**	**12**	**13**	**12**	**11**	**8**	**6**	**5**	**5**



Diagrami me vija paraqet procesin e ndryshimit të temperaturës gjatë ditës. Shohim se temperatura më e lartë ditore ka qenë 13ºC. Prej orës 10 deri në orën 11 dhe prej orës 19 deri në orën 20 nuk ka pasur ndryshim temperature.

7.3. Përpunimi i të dhënave, tabelat dhe koordinatat

Qëllimet

Nxënësit:

- kuptojnë nocionin e koordinatës;
- lexojnë të dhënat nga tabelat e ndryshme.

Kur kemi para nesh një numër të madh sendesh që duhet t'i dallojmë, duhet t'i emërtojmë "me emra të mirëfilltë", në mënyrë që sipas secilit "emër" të gjendet lehtë sendi përkatës dhe anasjelltas, për secilin send të mësohet lehtë emri i tij në sistemin e dhënë të emërtimeve. Adresa: "Rruga filani, shtëpia 8, banesa 26" është shumë më e mirë se mënyra me të cilën janë adresuar letrat në fillim të shekullit të kaluar: "Shtëpia Kurtaj, banesa e ... ". Në biletën e teatrit shkruan: "Radha 7, ndenjësja 3", ose shkurtimisht "7, 3". Ky mbishkrim zëvendëson "emrin" e ndenjëses së teatrit, kurse numrat 7, 3 quhen koordinatat e saj. Të kihet kujdes se "3, 7" paraqet një ndenjëse krejtësisht tjetër, atë që ndodhet në rendin e tretë, në vendin e shtatë. Pra, është shumë e rëndësishme renditja e koordinatave.

Një shembull tjetër i zbatimit të koordinatave takohet edhe në shah. Secila fushë në dërrasën e shahut përcaktohet me anë të rendit dhe shtyllës në të cilën ndodhet. Shembull të ngjashëm takojmë edhe në lojën "Nëndetësja". Të sqarohet se çfarë janë koordinatat në atë rast.

Në detyrën 1 të theksohet se koordinata e parë merret nga boshti horizontal, kurse e dyta nga boshti vertikal.

Shumë të dhëna në lëmenj të ndryshëm të jetës paraqiten në tabela të llojit të ngjashëm. E dhëna e kërkuar gjendet në ato tabela në prerjen e rendit dhe të shtyllës. Për shembull: orari i orëve mësimore në ditarin shkollor. Mund ta shënoni në tabelë.

7.4. Përpunimi i të dhënave nga jeta e përditshme

Qëllimet

Nxënësit:

- analizojnë dhe përpunojnë të dhënat duke nxjerrë informata të dobishme që paraqesin përgjigje në detyrën e parashtruar;
- përcaktojnë temperaturën mesatare, të reshurat mesatare, numrin mesatar të turistëve;
- kuptojnë, shqyrtojnë të dhënat dhe japin përgjigjet e pyetjeve të rëndësishme;
- lexojnë të dhënat nga tabela.

Të dhënat mbi sasinë e reshjeve, mbi temperaturën mesatare dhe mbi numrin e turistëve janë paraqitur me ndihmën e diagrameve me shtylla. Të dhënat paraqesin informata në momentin kur përdoren. Për shembull, në qoftë se përgatitemi të shkojmë në pushime dhe dimë faktin se në qershor ka më pak reshje, në atë rast kjo e dhënë paraqet për ne një informatë të dobishme. Të dhënat e ndryshme statistikore që i përdorin njerëzit për ndërmarrjen e aksioneve ose marrjen e vendimeve, mund të trajtohen si informata.

Shqyrtojmë diagramet në Tekst dhe përgjigjemi në pyetjet e parashtruara.

Vërejtje: Kur flasim mbi sasinë e reshjeve, gjithmonë mendohet për lartësinë e shtresës së ujit që formohet nga ato reshje. Shprehet në mm (milimetra). Lartësia 1 mm i përgjigjet 1 l ujë në 1 m^2 të sipërfaqes së tokës.

Në orën e dytë propozojmë që të njoftoni nxënësit me tabelat në të cilat nuk është e rëndësishme renditja.

Të dhënat mbi një dukuri shpeshherë paraqiten në mënyrë të qartë në një tabelë, si vertikalisht, gjithashtu edhe horizontalisht. Nga tabelat e tilla numerike vërehet një gjendje faktike mbi disa madhësi të caktuara ose përfundohet se çfarë varësie ekziston ndërmjet disa madhësive. Mirëpo, mund të thuhet se tabelat mbeten një bashkësi numrash të thatë, gjersa të mësojmë se si t'i lexojnë dhe të shërbehemi me to.

Të shikojmë shembullin e tabelës së shumëzimit. Propozojmë që nxënësit të plotësojnë vetë tabelën. Nga tabela shihen qartas vetitë kryesore të shumëzimit: Ndërrimi i vendeve të faktorëve nuk ndryshon vlerën e prodhimit, çfarë nxënësit e dinë që më herët.

Në katrorët e hijezuar janë paraqitur tre numra "katrorë", gjegjësisht "katrorë të plotë" , d.m.th.

$1 \cdot 1 = 1^2$, $2 \cdot 2 = 2^2 = 4$, $3 \cdot 3 = 3^2 = 9$.

Mund të jepet detyra që nxënësit të shkruajnë të gjithë numrat "katrorë" prej 1 deri në 100. Pastaj, për shembull, mund të përcaktojnë pesë numra "katrorë" që vijojnë mbas.

Tabela e shumëzimit

·	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	36	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	32	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Shpeshherë edhe të dhënat mbi distancat ndërmjet qyteteve jepen në tabela. Për shembull:

Distancat në Mal të Zi (në km)				
	Bar	**Nikshiq**	**Podgoricë**	**Ulqin**
Bar		**131**	**77**	**25**
Nikshiq	**131**		**54**	**156**
Podgoricë	**77**	**54**		**102**
Ulqin	**25**	**156**	**102**	

Vini re se edhe kjo tabelë është simetrike. Distanca e vendit A nga vendi B është e barabartë me distancën e vendit B nga vendi A. Në tabelat e këtij lloji, d.m.th. simetrike, nuk është e rëndësishme renditja e koordinatave.

Nxënësve u jepni detyrë të formojnë tabelën e orarit të qarkullimit të autobusëve ose trenave që kalojnë nëpër vendin tuaj. Çfarë do të jetë në boshtet e koordinatave të kësaj tabele? Çfarë do të shënohet në fusha?

CIP - Каталогизација у публикацији
Централна народна библиотека Црне Горе, Цетиње