Vladimir Dragović • Danijela Jovanović • Vesnica Rašajski - Čikara

MATEMATIKA

za peti razred osnovne škole

PRIRUČNIK ZA NASTAVNIKE

Zavod za udžbenike i nastavna sredstva
PODGORICA, 2019.

Dr Vladimir Dragović • Danijela Jovanović • Vesnica Rašajski-Čikara

MATEMATIKA

za peti razred osnovne škole
PRIRUČNIK ZA NASTAVNIKE

Izdavač	Zavod za udžbenike i nastavna sredstva – Podgorica
Za izdavača	Pavle Goranović, direktor
Glavni urednik	Radule Novović
Odgovorni urednik	Lazo Leković
Urednica	Ivana Popović
Recenzenti	dr Milenko Mosurović dr David Kaljaj Ivona Adžić Radoje Novović Radmila Bajković
Lektura	Dragan Batrićević
Korektura	Jasmina Radunović
Tehnička urednica	Dajana Vukčević
Grafička obrada	Nikola Knežević

CIP – Каталогизација у публикацији
Национална библиотека Црне Горе, Цетиње

ISBN 978-86-303-2002-6
COBISS.CG-ID 31452688

Nacionalni savjet za obrazovanje, Rješenjem broj 04-5-1837 od 23. 11. 2015. godine, odobrio je ovaj priručnik za upotrebu u osnovnim školama.

Sadržaj

PREDGOVOR

Za razliku od većine drugih nastavnih predmeta, Matematika se ne bavi direktnim proučavanjem stvari koje nas okružuju, već proučava kvantitativne odnose i prostorne oblike specifične za te stvari. Ova osobina matematike objašnjava poznate metodološke teškoće s kojima se suočavaju nastavnici/nastavnice[1] matematike, i koje skoro da nijesu poznate nastavnicima drugih predmeta. Pred nastavnicima matematike postavlja se veoma kompleksan zadatak: kako da se u svijesti učenika/učenice[2] prevaziđe mišljenje o „suvom“, formalnom karakteru i izolovanosti matematike od svakodnevnog života i prakse.

Svojim sadržajem Priručnik u potpunosti prati nastavne jedinice onako kako su prezentovane u Udžbeniku, osim uvodnog dijela, kojim se obnavlja gradivo iz prethodnog razreda. Iz tog dijela Udžbenika izdvojili smo nekoliko težih (takmičarskih) zadataka za Priručnik. Najteži zadaci iz Udžbenika obrađeni su u Priručniku. Dati su predlozi za čitav spektar aktivnosti, uključujući i igre koje će olakšati usvajanje i savladavanje gradiva i učiniti zanimljivijim obrađivanje pojedinih nastavnih sadržaja. U okviru svake teme skrećemo pažnju na ključne pojmove iz oblasti matematike. Naglasimo da učenici ne treba da dobiju nova matematička saznanja u gotovom obliku, već treba osmisliti aktivnosti kojima će, uz pomoć i podršku nastavnika, doći do njih. Prilikom rada na novom gradivu više se koristi metod rješavanja problema, a manje deduktivni metod. To znači da učenici u procesu sticanja znanja polaze od problema i uz pomoć aktivnosti dolaze do rješenja koje, uopštavanjem, dovodi do sticanja novog znanja. Ovakvim načinom učenja mijenja se uloga nastavnika na času. On organizuje i usmjerava istraživačku djelatnost učenika. Lakšim zadacima učenici se uvode u datu problematiku, a zatim se na odgovarajućem nivou uvježbava i provjerava znanje, dok se na kraju, podizanjem nivoa zahtjeva, utvrđuje da li je učenik spreman da napravi naredni korak.

U Priručniku su predložene razrade časova koje služe kao polazni materijal za individualno stvaralaštvo svakog nastavnika. Posebnu pažnju hoćemo da skrenemo na postavku ishoda časa. Ishodi su orijentisani ka učenicima, i formulisani su prije svega za učenike. Priručnik će pomoći nastavnicima i u planiranju nastave, s tim što će časove samostalno prilagođavati potrebama rada u svakom odjeljenju.

Predložen je veći broj kraćih i dužih kontrolnih vježbi i zadataka. Navedeni su primjeri za različite faze u strukturi nastavnog časa. Ove vježbe treba ostvariti na časovima, uz obaveznu povratnu informaciju i potrebnu analizu. Dakle, učenicima treba ukazati na greške i nedostatke – kako lično (svakom učeniku svoje), tako i navodeći pred cijelim odjeljenjem tipične ili netipične greške. Takođe, treba reagovati afirmativno i pohvaliti učenike koji navedu neki lijep primjer ili predlože drugačije rješenje. Uvijek se, osim ako se eksplicitno ne zahtijeva određeni metod rada, mora prihvatiti i pohvaliti ukoliko učenik do rješenja dođe drugačijim putem. Treba istaći i tačne učeničke zadatke koje odlikuje urednost. Kod svake predložene vježbe navedena je njena funkcija. U vježbama nijesmo diferencirali zadatke, niti smo predlagali kriterijume. Smatramo da se to ne može raditi univerzalno. Nastavnik mora vrlo brižljivo i pažljivo da sagleda odjeljenje kome predaje i da tome prilagodi svoje kriterijume.

Na kraju želimo da istaknemo da ovo što je izloženo u Priručniku nikako ne treba shvatiti kao skup recepata, pogotovo ne kao skup obaveznih recepata. Izložen je skup eventualnih ideja, preporuka, zadataka, primjera, mogućnosti za potpunije planiranje i pripremanje nastavnika za neposredan rad s učenicima i doprinos boljem uspjehu. Bez obzira na to, smatramo da nastavniku treba da ostane sloboda – ograničena samo propisima i principima struke – da u skladu sa svojom procjenom konkretne situacije, u skladu sa svojim iskustvom i znanjem traži najbolja pedagoška i metodička rješenja.

---

1 Primijetićete da je tekst Priručnika većinom napisan u jednom rodu. Namjera nam je bila da postignemo jednostavnost, preciznost i jasnoću. Podrazumijeva se, dakle, da se sve napisano odnosi na oba roda.
U daljem tekstu: nastavnik, nastavnici

2 U daljem tekstu: učenik, učenici

PONAVLJANJE

U prvih pet lekcija, kojima se ponavlja gradivo četvrtog razreda, dato je nekoliko zadataka koji su kvadratićem označeni kao teži (takmičarski) zadaci. Nastavnicima ih preporučujemo za rad sa talentovanim matematičarima isključivo na dodatnoj nastavi, a darovitoj djeci i za samostalan rad kod kuće. Ukoliko mladi matematičari ne uspiju da samostalno riješe neke od označenih težih (takmičarskih) zadataka, to ne smije da ih obeshrabri. U takvim situacijama nastavnici imaju važnu ulogu – u potrazi za tačnim rješenjima, navodiće ih na pravi put. Ne treba zaboraviti da su i mnogi, sada čuveni matematičari, pravili greške.

Evo uputstava i rješenja težih zadataka iz uvodnog dijela Udžbenika, koji se odnosi na ponavljanje.

ZADATAK 9 sa strane 7

Odgovor: B) 2.

Uputstvo: Zbir dva trocifrena prirodna broja ne može biti veći ili jednak 2 000. To znači da umjesto slova E treba staviti cifru 1. Tada imamo da je ODD + ODD = 1V1N, a odatle slijedi da umjesto slova D treba staviti cifru 5 kako bi cifra desetica u zbiru 1V1N bila 1.

Umjesto slova O moramo staviti cifru veću ili jednaku 5 jer u broju 1V1N imamo 1 hiljadu (za bilo koju cifru manju od 5 umjesto slova O, imamo da je ODD + ODD trocifreni a ne četvorocifreni broj). Slovo O ne može biti zamijenjeno sa 5, 7 ili 9 zbog uslova zadatka da različita slova predstavljaju različite cifre. To znači da umjesto slova O možemo staviti cifru 6 ili cifru 8 pa dobijamo 2 rješenja: 655 + 655 = 1 310 (V u ovom slučaju je cifra 3) ili 855 + 855 = 1 710 (V je u ovom slučaju cifra 7).

ZADATAK 14 sa strane 9

$138 \cdot 2 = 276$;

Ima više rješenja $180 \cdot 1 = 180$ ili $140 \cdot 2 = 280$ ili $120 \cdot 4 = 480$ ili $116 \cdot 5 = 580$ ili $110 \cdot 8 = 880$;

$406 : 7 = 58$.

ZADATAK 5 sa strane 10

Odgovor: E) 16 trouglova.

ZADATAK 4 sa strane 12

Drugi dan 165 · 3 = 495 kilometara, a treći 165 – 76 = 89 kilometara.

Ukupno: 165 + 495 + 89 = 749 kilometara.

ZADATAK 9 sa strane 15

16 h 15 min – 25 min = 15 h 75 min – 25 min = 15 h 50 min.

Oblast: ARITMETIKA I ALGEBRA

Tema: Skup prirodnih brojeva

UČENICI:

- čitaju i zapisuju prirodne brojeve u dekadnom brojevnom sistemu
- znaju suštinu dekadnog brojevnog sistema i pišu bilo koji broj sa samo deset znakova
- koriste pojam dekadne jedinice i stepene broja 10
- određuju mjesnu vrijednost cifre u dekadnom zapisu prirodnog broja
- zapisuju broj do 1 000 000 u obliku zbira višestrukih dekadnih jedinica
- znaju da objasne uređenost skupa $\mathbb{N}$ i skupa $\mathbb{N}_0$
- koriste usvojene pojmove i termine – broj prethodnik, broj sljedbenik
- koriste znake relacija: $=$, $\neq$, $<$, $>$, $\leq$ i $\geq$
- zaključuju koji je značaj brojevne poluprave za prikazivanje niza prirodnih brojeva
- znaju da odrede da li je dati broj paran (neparan) i da matematički zapišu parne (neparne) brojeve.

1.1. Brojevi do 1 000 000

UČENICI:

- usmeno broje po hiljadu, po deset hiljada, po sto hiljada do milion i zapisuju ciframa odgovarajući broj
- primjenjuju analogiju brojanja hiljada s brojanjem od 1 do 1 000
- čitaju i pišu brojeve do milion u dekadnom brojevnom sistemu.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici zajedno broje deseticama od 10 do 300; broje stotinama do 1000 i odgovaraju na pitanja i zahtjeve:

- Imenujte najveći trocifreni broj. Koji broj slijedi za tim brojem?
- Što znate o broju hiljada? (Najmanji četvorocifreni broj.) Koliko ima stotina u hiljadi? Koliko ima desetica u hiljadi?
- Kako iz manjih jedinica brojanja dobijemo veće? (10 J = 1 D, 10 D = 1 S, 10 S = 1 H.)
- Zapišite sve desetice prve stotine i sve stotine prve hiljade.
- Kako ciframa zapisati brojeve: 3 D; 2 S; 1 H? Što ste zapisali umjesto riječi desetica? A što se dopisuje da bi se predstavile stotine? Kako ste označili da cifra 1 predstavlja jednu hiljadu?

Aktivnost 1: Uvodna slika

Napomena: Izučavanje brojeva većih od 1 000 treba započeti kratkom pričom o njihovom značaju. Motivacija za upoznavanje velikih brojeva proističe iz uočavanja da su veliki brojevi svuda oko nas: u trgovini, bankama, biljnom i životinjskom svijetu, kosmosu itd.

Učenici broje hiljade, desetice hiljada, stotine hiljada, oslanjajući se na znanje da broje do 1000, zapisuju ih i čitaju. Shvataju činjenicu da se hiljade broje na istovjetan način kao jedinice do 1 000, a novo je samo zapisivanje. Na primjer: 5 hiljada = 5 000, 10 hiljada = 10 000, ..., 37 hiljada = 37 000, 100 hiljada = 100 000, 456 hiljada = 456 000, ..., 1 000 hiljada = 1 000 000 (čitamo: jedan milion).

Znači, broj 1 000 hiljada zapisujemo 1 000 000 i nazivamo milion.

Riječ „milion“ ima italijansko porijeklo, i pojavljuje se već u prvom štampanom izdanju aritmetike (anonimna) koja je bila izdata u italijanskom gradu Trevizu 1478. g. Prije toga se riječ „milion“ pojavila u nematematičkoj knjizi čuvenog svjetskog putnika Marka Pola (umro 1324), dok se u obliku „milio“ već pojavljuje u jednom rukopisu iz 1250. godine.

Napomena: U Evropi dugo nijesu znali nazive ključnih brojeva koji slijede poslije hiljade. Broj 999 999 evropski matematičari još su mogli da pročitaju, ali dalje oni nijesu umjeli da broje. U XIII vijeku mletački trgovac Marko Polo napravio je do tada nečuveno putovanje. On je prošao sjevernom obalom Crnog mora, prešao je rijeku Volgu i bezgranične azijske stepe i „Velikim putem svile“ stigao je u Kinu. Proveo je dosta vremena posmatrajući stvari o kojima tadašnji Evropljani nijesu imali predstavu: letove raketa na barut, tipografije, pravljenje porcelana. Kada se vratio u Veneciju, pričama nije bilo kraja. I najčešće se u pričama Marka Pola pojavljivala riječ „milion“ – velika hiljada. Tako je on nazivao hiljadu hiljada. Svoja putovanja Polo je hronološki izložio u knjizi „Il Milione“. Nepovjerljivi Mlečani nazvali su ovog čuvenog putnika Marko Milione. Oni su mislili da ih on vara: niko od evropskih trgovaca tada nije imao milionske prihode. Njima su bile dovoljne i hiljade. Samo kroz nekoliko stoljeća, kada su Evropljani bolje upoznali Kinu, shvatili su da su priče mletačkog trgovca Marka Pola bile istinite.

Aktivnost 2: Zadaci 1, 2 i 3

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 3

Učenici shvataju da se broj manji od milion sastoji od broja do hiljadu, tj. trocifrenog broja, koji, dakle, pripada brojevima prve klase – klase jedinica i broja do milion, tj. šestocifrenog broja, koji pripada brojevima druge klase – klase hiljada. Na primjer:

9 768 = 9 000 + 768,
tj. broj 9 768 sastoji se od 9 jedinica klase hiljada i 768 jedinica klase jedinica;

78 045 = 78 000 + 45,
tj. broj 78 045 sastoji se od 78 jedinica klase hiljada i 45 jedinica klase jedinica;

568 321 = 568 000 + 321,
tj. broj 568 321 sastoji se od 568 jedinica klase hiljada i 321 jedinice.

Učenici dolaze do zaključka da prirodne brojeve u dekadnom brojevnom sistemu do milion pišemo po klasama, i to uobičajeno s razmakom cifara između klasa. Slično ih i čitamo – klasu po klasu, počev od klase najvišeg reda, u ovom slučaju počev od klase hiljade.

Aktivnost 4

Učenici uvježbavaju čitanje i zapisivanje brojeva do 1 000 000 na primjerima koje nastavnik pripremi i zadacima u Udžbeniku i Zbirci.

Napomena: Na kraju drugog časa uraditi vježbu koja predstavlja matematički diktat – zapisivanje brojeva po diktatu nastavnika.

1.2. Dekadne jedinice

UČENICI:

- čitaju i zapisuju dekadne jedinice do milion
- usvajaju i upotrebljavaju pojam dekadnih jedinica
- usvajaju i upotrebljavaju pojam višestruke dekadne jedinice
- zapisuju dekadne jedinice u obliku stepena broja 10.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju da za brojanje koriste dekadni sistem koji je najrasprostranjeniji sistem za zapisivanje brojeva na svijetu.

Poznato je da za brojanje koristimo desetice: deset jedinica čine jednu deseticu, deset desetica – jednu stotinu itd. Ovaj način brojanja, grupama po deset, koji mi koristimo zove se dekadni brojevni sistem. Broj deset zove se osnovom (bazom) dekadnog brojevnog sistema. Ali zašto brojimo baš deseticama, ili: kako se pojavio dekadni brojevni sistem? Ovo je vjerovatno posljedica činjenice da ljudi imaju deset prstiju na rukama. Slično djeci, koja broje prstima, tako su i ljudi u ranim fazama društvenog razvoja brojali uz pomoć deset prstiju. Do sada još govore „izbrojati na prstima“.

Istorijski gledano, dekadni brojevni sistem formiran je i razvijen u Indiji. Evropljani su pozajmili indijski brojevni sistem od Arapa, nazivajući ga arapskim. Ovaj se, istorijski netačan, naziv zadržao i danas. Pojava i razvoj dekadnog brojevnog sistema bio je jedan od najvećih dostignuća ljudske misli (zajedno s pojavom pisma).

Aktivnost 1: Uvodna slika

Napomena: Sistem se naziva dekadni jer svakih deset jedinica čini deseticu, tj. dekadnu jedinicu višeg reda. Koristi se i naziv brojevni sistem sa osnovom 10.

Dekadne jedinice su:

1, osnovna jedinica, dekadna jedinica nultog reda

10, dekadna jedinica 1. reda

$100 = 10^2$, dekadna jedinica 2. reda

$1\,000 = 10^3$, dekadna jedinica 3. reda

$10\,000 = 10^4$, dekadna jedinica 4. reda

$100\,000 = 10^5$, dekadna jedinica 5. reda

$1\,000\,000 = 10^6$, dekadna jedinica 6. reda.

Učenici nabrajaju dekadne jedinice i uočavaju da je svaka dekadna jedinica 10 puta veća od one koja joj neposredno prethodi.

Napomena: Na primjeru mjerenja vremena ilustrovati da postoje i koriste se i sistemi koji nijesu dekadni. Tako jedan čas ima 60 minuta, a jedan minut ima 60 sekundi.

Aktivnost 2

Učenici se podsjećaju da su višestruke dekadne jedinice brojevi koji se završavaju cifrom 0. Na primjer: 200, 3 000, 40 000 itd. Takve brojeve možemo da zapišemo u obliku proizvoda broja i dekadne jedinice.

Učenici uvježbavaju zapisivanje dekadnih i višestrukih dekadnih jedinica na primjerima i zadacima iz Udžbenika i Zbirke.

1.3. Vrijednost cifara za brojeve veće od 1 000

UČENICI:

- znaju mjesnu vrijednost cifre u dekadnom brojevnom sistemu
- zapisuju broj do milion u obliku zbira višestrukih dekadnih jedinica
- razvrstavaju brojeve po broju cifara.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Jezik brojeva, kao i svaki drugi, ima svoju azbuku. Navikli smo da sve brojeve pišemo pomoću deset znakova – cifara: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Na primjer, broj koji se sastoji od četiri stotine, četiri desetice i četiri jedinice pišemo: 444. Pri tome jedna ista cifra (4) označava odgovarajući broj jedinica ako je na posljednjem, odnosno krajnjem desnom mjestu, broj desetica – ako je na pretposljednjem i broj desetica desetica, tj. broj stotina, ako je na trećem mjestu od (desnog) kraja. Takav sistem pisanja brojeva naziva se pozicioni ili mjesni, jer svaka cifra dobija brojnu vrijednost ne samo u zavisnosti od svog oblika već i od toga na kom se mjestu nalazi pri pisanju brojeva. Pozicioni sistem omogućava da se pomoću deset znakova (cifara) napiše proizvoljno velik broj.

Napomena: Treba imati u vidu da je izum mjesnog brojevnog sistema, na koji smo mi danas navikli, zapravo jedno od najznačajnijih dostignuća čovječanstva. Nastavnik treba da podsjeti učenike da su rimski brojevi primjer sistema koji nije mjesni. Na primjer:

111	CXI
222	CCXXII
333	CCCXXXIII
444	CDXLIV
555	DLV

U prvoj koloni brojevi su zapisani arapskim ciframa, a u drugoj koloni rimskim. Učenici primjećuju da je u lijevoj koloni za zapisivanje svakog broja korišćena samo jedna cifra, dok je u desnoj koloni bilo potrebno od tri do šest cifara.

Aktivnost 1: Uvodna slika

Učenici rade sljedeće zadatke:

1. Date brojeve zapiši uz oznake dekadnih jedinica:

   897 = __ S __ D ___ J;   463 = _________;   603 = _________;   270 = ________.

2. Zapiši trocifrene brojeve:

   5S 7D 1J = ______;   9S 2J = ______;   7S 3D = ______;   4S 2D 9J = ______.

3. Za zapisivanje broja <u>9</u>59 dva puta je korišćena cifra devet, <u>9</u> i 9, od kojih smo jednu podvukli da bi se razlikovale. Koja od te dvije cifre ima veću vrijednost i:

   a) koliko puta? ____.

   b) za koliko? ____.

Napomena: Na osnovu povratne informacije i odgovarajućom analizom, slično objasniti i mjesne vrijednosti cifara u klasi hiljada. Koristiti tablicu brojeva u dekadnom brojevnom sistemu.

Da bi se pisanje i čitanje višecifrenih brojeva sasvim olakšalo i mehanizovalo, uvodi se podjela cifara u dekadnom zapisu broja – na klase jedinica, hiljada, miliona, milijardi itd.

Sada djeca uviđaju da u dekadnom zapisu broja svaka cifra ima svoju mjesnu vrijednost i da je mjesna vrijednost svake cifre deset puta veća od mjesne vrijednosti „iste“, susjedne cifre.

Napomena: Problem zapisivanja brojeva nije bio riješen sve dok ljudi nijesu naučili da označavaju odsustvo jedinica, desetica i stotina u okviru odgovarajuće klase. Nulu su smislili Vavilonci prije približno dvije hiljade godina. Ali Vavilonci su je primjenjivali samo za označavanje ispuštenih jedinica, desetica i stotina po klasama. Oni nijesu pisali nulu na kraju broja.

U Indiji su prije hiljadu i po godina nulu priključili uz devet cifara, i pojavila se mogućnost zapisivanja bilo kog broja uz pomoć deset cifara.

Aktivnost 2

Učenici se podsjećaju zapisivanja trocifrenih brojeva u obliku zbira višestrukih dekadnih jedinica. Na primjer:

$$456 = 400 + 50 + 6 = 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 1 = 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 6 \cdot 1;$$

$$701 = 700 + 1 = 7 \cdot 100 + 0 \cdot 10 + 1 \cdot 1 = 7 \cdot 100 + 1 = 7 \cdot 10^2 + 1.$$

Napomena: Učenicima treba skrenuti pažnju da se sabirak $0 \cdot 10 = 0$ može izostaviti, kao neutralni sabirak. Učenici treba da shvate da ako neke dekadne jedinice nijesu rečene kada se broj govorno interpretira ili nijesu naznačene kao sabirci, onda na ta mjesta treba zapisati cifru nula.

Učenici detaljno proučavaju primjer zapisivanja višecifrenog broja u obliku zbira višestrukih dekadnih jedinica iz Udžbenika.

Aktivnost 3: Vježba

Učenici samostalno rade sljedeće zadatke:

1. Izračunaj vrijednost izraza:

   a) $8 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 =$ ___________________________________;

   b) $3 \cdot 10^5 + 7 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10 =$ ____.

2. Prirodni broj zapiši u obliku zbira višestrukih dekadnih jedinica:

   a) 567 048 = ____;

   b) 400 023 = ____;

   c) 608 090 = ____.

3. Ciframa 0, 5, 7 i 9 zapisan je jedan šestocifren broj, pri čemu neke cifre mogu da se ponavljaju. Zapiši taj broj ako:

- cifra 9 kaže: „Ja predstavljam stotine.“;
- cifra 5 kaže: „A ja stotine hiljada.“;
- cifra 7 kaže: „Ja predstavljam desetice hiljada i jedinice.“;
- cifra 0 kaže: „Ja sam ono što nijesu prethodne cifre.“ (570 907)

1.4. Brojevi veći od 1 000 000

UČENICI:

- čitaju i pišu prirodne brojeve veće od milion u dekadnom brojevnom sistemu
- koriste usvojenu terminologiju i razumiju njeno značenje, klase, pojedine dekadne jedinice.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Usvojeni princip čitanja i pisanja brojeva do milion sada treba proširiti i na nove klase, tj. na klase višeg reda:

- podjela broja na klase, gdje svaka klasa sadrži po tri cifre, zdesna nalijevo, s tim što klasa najvišeg reda može imati jednu, dvije ili tri cifre;
- čitanje, slijeva nadesno, klasa po klasa, s posebnim imenovanjem svake klase.

Prve četiri klase su klasa jedinica, klasa hiljada, klasa miliona i klasa milijardi. Pri čitanju, svaka klasa se čita kao trocifren broj i izgovara se ime klase. Pri pisanju višecifrenih brojeva, između klasa se, uobičajeno, stavlja mali razmak.

Uputstvo: Za časove je neophodno pripremiti tabelu s nazivima klasa i „džepovima“ za brojeve:

Klasa milijardi			Klasa miliona			Klasa hiljada			Klasa jedinica		
S	D	J	S	D	J	S	D	J	S	D	J

Ova tabela pomoći će učenicima da preglednije predstave popunjavanje jedinica i njihov prelazak.

Učenici analiziraju tabelu i saznaju što je zajedničko a što je različito u klasama jedinica, hiljada, miliona i milijardi.

Zajedničko: a) Svaka klasa ima jedinice, desetice i stotine; b) u svakoj klasi 10 jedinica nižeg reda obrazuje jednu jedinicu sljedećeg, višeg reda.

Različito: u klasi jedinica brojanje se vrši u jedinicama, u klasi hiljade – u hiljadama, u klasi miliona – u milionima, u klasi milijarda – u milijardama.

Aktivnost: Vježba

1. a) Zapiši ciframa brojeve: deset miliona sto trideset hiljada pet, osamsto hiljada osam, trista dvadeset osam hiljada osamdeset četiri.

   b) Zapiši slovima sljedeće brojeve: 2 603, 80 002, 23 020 305. Koju mjesnu vrijednost ima cifra 2 u ovim brojevima?

2. Zapiši brojeve određene izrazima:

   a) $5 \cdot 1\,000\,000 + 7 \cdot 100\,000 + 3 \cdot 10\,000 + 8 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 9$;

   b) $4 \cdot 10^8 + 2 \cdot 10^7 + 7 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^2 + 3$.

3. Sljedeće brojeve napiši u obliku zbira proizvoda jednocifrenih brojeva i dekadnih jedinica:

   62 987, 5 840 309, 90 567 080 013.

1.5. Uređenost skupa prirodnih brojeva

UČENICI:

- objašnjavaju pojam prirodnog broja
- određuju sljedbenik i prethodnik datog broja
- ponavljaju značenje pojmova manji, veći i jednak
- usvajaju pojam skupa prirodnih brojeva kao uređenog skupa
- objašnjavaju značenje pojmova manji ili jednak, veći ili jednak, i simbolički zapisuju te odnose
- vrše karakterizaciju uzastopnih prirodnih brojeva.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Napomena: Smatramo da se za ovu lekciju, kao jednu od zahtjevnijih i kompleksnijih, može planirati i neki čas više od predviđenog minimuma.

Aktivnost 1: Uvodna slika

Svi poznati jezici sadrže riječi koje opisuju bar prvih nekoliko prirodnih brojeva. Prirodni brojevi nastali su iz ljudske prakse brojanja. Brojanje je, očigledno, jedna od najstarijih apstraktnih ljudskih misaonih operacija, nastala vjerovatno kada i govor. Brojali su se različiti predmeti, životinje, ljudi... Struktura skupa prirodnih brojeva u potpunosti je određena brojanjem. I u školi se u najmlađim razredima počinje s brojanjem. Broje se žetoni, štapići i slično. Kako brojimo? Krenemo od 1, pa kažemo sljedeći broj – to je 2, pa sljedeći – to je 3, pa sljedeći – to je 4, i tako dalje. Do svakog prirodnog broja možemo doći ovim putem ako krenemo od 1, pa onda ponovimo sljedeći, sljedeći, sljedeći...

Učenici upoznaju oznaku za skup prirodnih brojeva i način zapisivanja skupa.

Napomena: Oznaka $\mathbb{N}$ potiče od latinske riječi *naturalis* – prirodan.

Tako vidimo da u strukturi prirodnih brojeva ključnu ulogu igra 1, ali i operacija sljedeći, odnosno sljedbenik. Osnovna svojstva operacije sljedbenik jesu:

- svaki prirodan broj ima sljedbenika;
- dva različita prirodna broja imaju različite sljedbenike;
- svaki prirodan broj, osim 1, jeste sljedbenik nekog prirodnog broja;
- do svakog prirodnog broja može se doći konačnom primjenom operacije sljedbenik, koja počinje od broja 1.

Napomena: Najveći izazov u ovoj lekciji jeste navesti učenike da dođu do zaključka da ne postoji najveći prirodni broj. Zatim ih treba navesti da to dovedu u vezu s beskonačnošću skupa prirodnih brojeva.

Da li postoji najveći prirodni broj? Dugo su ljudi davali pozitivan odgovor na ovo pitanje. Prvobitno najveći broj bio je broj 2, zatim 3, 4 itd. U staroj Grčkoj mislili su da je najveći broj jednak broju zrnaca pijeska na Zemlji. S vremenom ljudi su morali da potpuno napuste ideju o najvećem prirodnom broju. Još je starogrčki naučnik Arhimed u knjizi „Brojanje pijeska“ dokazao da brojanje može biti nastavljeno u beskonačnost. Međutim, bilo je potrebno mnogo vjekova da bi ideja beskonačnosti niza prirodnih brojeva postala javna, opšteprihvaćena.

Kako možemo da zamislimo tvrdnju: „Niz prirodnih brojeva je beskonačan"? Uzmemo traku i pišimo na njoj: 1, 2, 3, 4, 5... Čak i ako ispišemo traku velike dužine, proces pisanja nije završen.

Napomena: Nastavnik ovdje treba da bude svjestan da sama činjenica da je skup beskonačan još ne znači da nema najveći element. Jedan prost primjer jeste skup realnih brojeva iz intervala [0, 1]. To je beskonačan skup, ali ima najveći element. To je 1. Ima i najmanji element, to je 0. Ovaj primjer navodimo samo da bi nastavnik stekao potpuniju sliku i izbjegao eventualne zamke. Sâm primjer nije direktno vezan za ovo gradivo i ne treba ga navoditi učenicima.

Učenici se podsjećaju pojma prethodnika datog broja. Kako svaki prirodni broj osim 1 ima svoj prethodnik, skup prirodnih brojeva možemo da proširimo brojem 0, koji igra ulogu prethodnika broja 1. Po definiciji, tj. po dogovoru, ne smatramo 0 prirodnim brojem.

Napomena: Postoje zemlje u kojima se 0 smatra prirodnim brojem. Tako je, na primjer, u Francuskoj nakon duge polemike odluku donio ministar koji je uključio 0 u prirodne brojeve riječima da ništa ne smeta da Francuska ima jedan prirodan broj više od drugih država. Naravno, postoje pitanja koja ne treba da rješavaju ministri, i ovo je jedno od takvih.

Aktivnost 2: Zadaci 1, 2, 3 i 4

Učenici vježbaju primjere primjene operacije sljedbenik i prethodnik.

Aktivnost 3

Smatramo da je svaki broj manji od svog sljedbenika. Nastavljajući dalje, kažemo da je broj a manji od broja b ako se od a do b može doći uzastopnom primjenom operacije sljedbenik.

Napomena: Navedite učenike da dođu do zaključka da za dva različita prirodna broja a i b uvijek važi tačno jedno od tvrđenja: ili važi a je manje od b ili važi b je manje od a.

Obratite pažnju na nekoliko detalja iz prethodne rečenice. Ona se odnosi na različite brojeve a i b. Ona je formulisana u obliku ili–ili. To znači da je uvijek tačan jedan od iskaza, ali nikada oba istovremeno.

Diskretno provucite princip da ako je a manje od b i b manje od c, onda je i a manje od c. Ilustrujte to na nekoliko primjera.

Uvedite u pogodnom momentu i oznaku <, $a < b$ za relaciju „a je manje od b". Uradite nekoliko primjera u kojima uvježbavate i pojam manje i zapisivanje. Zatim uvedite pojam veće i nakon par primjera uvedite i oznaku za veće (>). Zatim uvedite postupno pojam manje ili jednako, oznaku, pa pojam veće ili jednako i oznaku. Nakon nekoliko primjera, obradite i opšta svojstva relacije manje ili jednako.

Aktivnost 4: Zadaci 5 i 6

Zadatak 6.

Uputstvo: Iskaz koji sadrži dva uslova povezana veznikom „ili" tačan je ako je ispunjen bar jedan od datih uslova. Na primjer: iskaz „3 je manje ili jednako 6", koji kraće zapisujemo: $3 \leq 6$, sastoji se od dva iskaza: $3 < 6$ i $3 = 6$. Iskaz $3 < 6$ je tačan, znači i iskaz $3 \leq 6$ je tačan.

Aktivnost 5

Učenici saznaju da između dva prirodna broja mogu postojati drugi prirodni brojevi čiji se broj tačno može odrediti. Na primjer, između brojeva 9 i 20 postoji 10 brojeva; između 100 i 1 000 postoji 899 brojeva itd. Učenicima treba objasniti da razlika $b - a$ zapravo znači broj elemenata $a + 1$, $a + 2$, ..., $b - 1$, b. Zbog toga i oduzimamo još broj jedan od ove razlike da ne bismo računali i broj b.

Napomena: Međutim, između nekih prirodnih brojeva ne postoji nijedan prirodan broj, kao npr. između 5 i 6, 100 i 101, 2 001 i 2 002 itd. Za dva prirodna broja kažemo da su uzastopni ako se između njih ne nalazi nijedan prirodan broj. Važno je učenicima napomenuti da je razlika dva uzastopna prirodna broja stalna i jednaka jedinici.

1.6. Brojevna poluprava

UČENICI:

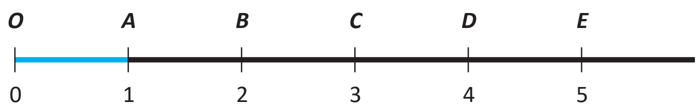
- prikazuju grafički brojeve do milion na brojevnoj polupravoj
- crtaju brojevnu polupravu ako je data jedinična duž.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Učenici su se srijetali već u prethodnim razredima s predstavljanjem brojeva na brojevnoj polupravoj. Zato im sada neće biti teško da čitaju i upisuju brojeve na brojevnu polupravu. Uloga ovakvih traka jeste uočavanje redosljeda prirodnih brojeva. Formira se mentalna slika koja će djeci pomoći da lakše shvate da su brojevi koji se nalaze s lijeve strane na brojevnoj traci manji od onih s desne strane.

Sve osobine prirodnih brojeva koje smo naučili, možemo lakše shvatiti ako ih prikažemo na sljedeći način. Nacrtamo polupravu s početnom tačkom O i na polupravoj nacrtamo tačku A. Označimo tačku O brojem 0, a tačku A brojem 1.



Duž OA na polupravoj naziva se jedinična duž. Ako nastavimo da iza tačke A nanosimo jedinične duži, dobijamo nove tačke B, C, D, E... Duž OB dva puta je duža od duži OA, pa ćemo tački B pridružiti broj 2. Kako je duž OC tri puta duža od duži OA, pridružićemo joj broj 3 itd. Na ovaj način dobili smo polupravu na kojoj su predstavljeni prirodni brojevi, i nazivamo je brojevna poluprava.

Učenici prate sliku i tekst objašnjenja u Udžbeniku i u sveskama crtaju polupravu, iznad nje crtaju duž. Zatim prenose tu duž na polupravu od početne tačke. Na taj način učenici stiču trajnu predstavu o brojevnoj polupravoj.

Učenici shvataju da su na brojevnoj polupravoj prirodni brojevi naneseni redom, jedan za drugim, i svakom prirodnom broju može se pridružiti tačno jedna tačka brojevne poluprave. Brojevna poluprava ima početak, i tom je početku dodijeljen broj nula. Rastojanje između dvije susjedne tačke na brojevnoj polupravoj uvijek je jednako, jer je u pitanju ista jedinična duž.

Učenici uočavaju neograničenost brojevne poluprave (zdesna) i neograničenost niza prirodnih brojeva – ne postoji najveći prirodni broj, a takođe uočavaju i uređenost niza prirodnih brojeva i redosljed odgovarajućih tačaka na brojevnoj polupravoj.

Napomena: Uvježbavanju su namijenjeni zadaci 1–7 iz Udžbenika. Objasniti kako na brojevnoj pravoj mogu da se prikažu „veliki“ brojevi.

Aktivnost 1

Učenici upoređuju brojeve uz pomoć brojevne poluprave. Primjećuju da ako posmatraju dva različita broja na brojevnoj polupravoj, onda mogu da uoče neke osobine:

- manji je onaj broj koji se na brojevnoj polupravoj nalazi s lijeve strane; drugim riječima, manji je onaj koji je bliži nuli;
- ako između dva broja nema drugih prirodnih brojeva, onda su oni uzastopni;
- ako između dva broja ima drugih prirodnih brojeva, onda uvijek možemo da izbrojimo koliko ih ima.

1.7. Upoređivanje brojeva

UČENICI:

- zaključuju da između svaka dva prirodna broja postoji neka od relacija >, < ili =
- upoređuju brojeve
- pravilno zapisuju odgovarajuće relacijske znakove i tačno koriste potrebnu terminologiju.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici rade sljedeće zadatke i obnavljaju postupak upoređivanja brojeva do 1 000:

30 ○ 3	45 ○ 54	843 ○ 823	123 ○ 132	37 ○ 102
5 ○ 5	67 ○ 63	743 ○ 543	345 ○ 543	908 ○ 980

Podsjećaju se da od dva prirodna broja, jedan u odnosu na drugi broj može biti ili veći, ili manji, ili jednak. Analizom i upoređivanjem napisanih brojeva učenici ostvaruju potrebno uopštavanje:

- od dva prirodna broja veći je onaj koji ima više cifara;
- od dva prirodna broja s jednakim brojem cifara veći je onaj kome je veća prva cifra slijeva;

- od dva prirodna broja s jednakim brojem cifara takvih da je nekoliko cifara slijeva jednog broja jednako odgovarajućim ciframa drugog broja, veći je onaj kod koga se slijeva nadesno prvo naiđe na veću cifru;
- dva prirodna broja jednaka su ako imaju jednak broj cifara i ako je svaka cifra jednog broja jednaka odgovarajućoj cifri drugog.

Aktivnost 1

Uvježbavanje na primjerima koje nastavnik pripremi i na zadacima iz Udžbenika i Zbirke.

Aktivnost 2

Na kraju drugog časa moguća je kraća kontrolna vježba radi provjere naučenog.

Kontrolna vježba (20 min)

1. Poređaj po veličini, od najmanjeg do najvećeg, brojeve: 473 548, 36 058 827, 2 483 559, 36 058 872, 437 584.
2. Napiši najveći i najmanji četvorocifreni broj čije su sve cifre jednake: ____________ i ____________.
3. Napiši najveći i najmanji petocifreni broj čije su sve cifre različite: ____________ i ____________.
4. Napiši sve brojeve koji se nalaze između brojeva 42 996 i 43 003.
5. Napiši najveći šestocifreni broj u kojem se svaka od cifara 7, 5, 0, 2, 4, 9 pojavljuje tačno jedanput.

1.8. Nejednakosti i nejednačine

UČENICI:

- objašnjavaju pojmove nejednakost i nejednačina
- rješavaju nejednačine pomoću brojevne poluprave
- usvajaju i upotrebljavaju pojmove „rješenje nejednačine“, „stroga nejednačina“, „dvostruka nejednačina“
- rješavaju nejednačine u skupu $\mathbb{N}_0$ provjerom i tablično.

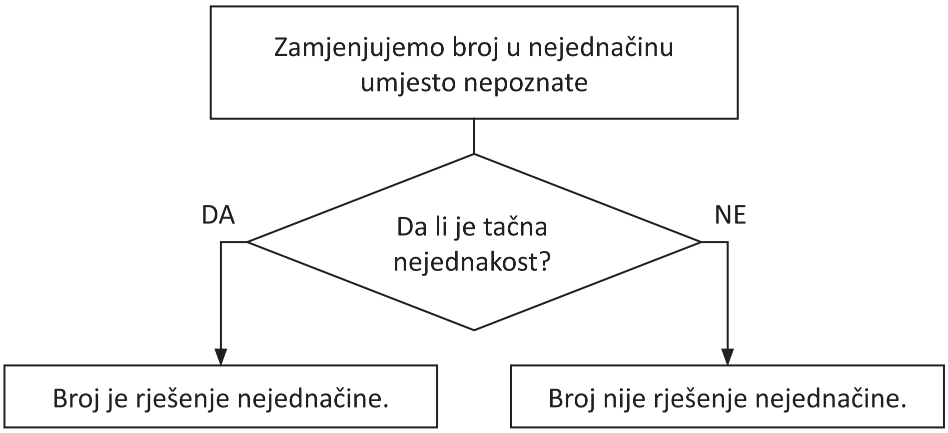
AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni primjer 1

Napomena: Pojam nejednakosti nije učenicima nov, jer još od vrtića koriste riječi „veći“ i „manji“ upoređujući po količini grupe predmeta, a kasnije su upoznali i upoređivanje brojeva. U petom razredu učenici se prvi put srijeću s nejednakošću koja sadrži nepoznatu.

Učenici proučavaju nejednakosti zapisane na tabli i dijele ih na dvije grupe: nejednakosti koje su tačne i nejednakosti koje nijesu tačne. Primjećuju da se među ponuđenim primjerima nalaze nejednakosti s nepoznatom za koje ne mogu da kažu da li su tačne. Učenici se obavještavaju da se nejednakost s nepoznatom naziva **nejednačina**. Tačnost nejednakosti koja sadrži nepoznatu je uslovna, odnosno zavisi od vrijednosti nepoznate. Svi brojevi u odnosu na neku nejednačinu mogu da se podijele na dvije grupe: brojeve koji kada se zamijene u nejednačinu umjesto nepoznate daju tačnu nejednakost i brojeve koji pri zamjeni u nejednačinu daju netačnu nejednakost. Vrijednosti nepoznate za koje je nejednakost tačna jesu rješenja te nejednačine. **Riješiti nejednačinu** znači odrediti sve vrijednosti nepoznate za koje je nejednakost tačna.

Učenici rade **primjer 1** iz Udžbenika, nakon čega formulišu algoritam traženja rješenja nejednakosti s nepoznatom.



Učenici mogu prikazati rješenje nejednačine na brojevnoj polupravoj.

Napomena: Učenici mogu rješavati jednostavne nejednačine na brojevnoj polupravoj na kojoj je potrebno označiti praznim kružićem broj koji se upoređuje s nepoznatom, a zatim birati odgovarajuće brojeve. Ako je vrijednost nepoznate po uslovu zadatka manja od datog broja, tada se traženi brojevi nalaze na polupravoj s lijeve strane od praznog kružića, u suprotnom slučaju – s desne strane. Linijom iznad brojevne poluprave označavamo rješenje nejednačine radi bolje preglednosti i kao pripremu za rješavanje nejednačina u starijim razredima.

Učenici rješavaju **primjer 2** iz Udžbenika uz pomoć brojevne poluprave i upoznaju se s nejednačinom koja ima beskonačno mnogo rješenja, a takođe se upoznaju i s načinom zapisivanja beskonačno mnogo rješenja. Učenici se podsjećaju da znak nejednakosti „≥“ označava da nepoznata x ima dvije mogućnosti: x može biti veće od 8 ili jednako 8. Znači, rješenjima nejednačine $x > 8$ dodaje se još jedno rješenje – broj 8, što se na brojevnoj polupravoj označava obojenim kružićem. Nejednačina $x \geq 8$ kao da „više dozvoljava“ svojoj nepoznatoj, zato je zovu „nestroga“ nejednačina, a nejednačinu $x > 8$ zovu „stroga“.

Na **primjeru 3** iz Udžbenika učenici saznaju da postoje nejednačine koje nemaju rješenje u skupu prirodnih brojeva.

Učenici na **primjeru 4** rješavaju nejednačinu pomoću tabele, odnosno biranjem brojeva i provjeravanjem tačnosti date nejednačine za taj broj.

Na kraju učenici rade zadatke 1 i 2 iz Udžbenika.

Aktivnost 2: Uvodni primjer 2

Učenici proučavaju uvodni primjer i shvataju da obje nejednačine ($3 < x$ i $x < 8$) moraju biti istovremeno ispunjene. To znači da je rješenje nejednačine $x > 3$ ograničeno brojem 8, što je pogodnije zapisati kraće:

3 < x < 8. Dobijenu nejednačinu nazivaju **dvostruka nejednačina** i čitaju „x je veće od 3 i manje od 8“. Znači, prvo čitaju prvu nejednačinu, a zatim drugu. Zbog toga što su obje nejednačine ispunjene istovremeno, između naziva ide veznik „i“. Učenici shvataju da u slučaju kada su jedna ili obje nejednačine koje čine dvostruku nejednačinu –„nestroge“, tada se broj rješenja takve nejednačine proširi. Na primjer, broj rješenja nejednačine $3 \leq x < 8$ poveća se s brojem rješenja nejednačine $3 < x < 8$ za broj 3.

Učenici samostalno rade zadatke 3, 4 i 5 iz Udžbenika.

1.9. Parni i neparni brojevi

UČENICI:

- imenuju i zapisuju parne i neparne brojeve
- razvrstavaju prirodne brojeve na parne i neparne.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

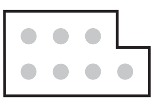
Učenici se podsjećaju da se svi prirodni brojevi dijele na parne i neparne. Upoznaju se sa zapisivanjem proizvoljnog parnog broja, odnosno neparnog broja. Određuju kakav je zbir dva parna broja; zatim kakav je zbir dva neparna broja; na kraju kakav je zbir parnog i neparnog broja.

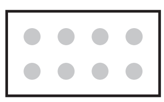
Učenici prvo rade nekoliko konkretnih primjera, kao eksperiment:

$$2 + 8 = 10, \quad 3 + 5 = 8, \quad 8 + 7 = 15.$$

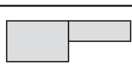
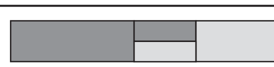
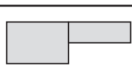
Ponavljaju još nekoliko sličnih primjera.

Sada prelaze na malo opštije razmatranje istih pitanja. Svaki prirodan broj možemo predstaviti na sljedeći način: paran broj možemo predstaviti trakom u obliku pravougaonika, a svaki neparan broj trakom u obliku pravougaonika sa „zubom“. Na primjer:


Broj 7 predstavljen trakom sa „zubom“.


Broj 8 predstavljen trakom.

Sada ćemo uz pomoć tabele pokušati da shvatimo kakav će biti zbir dva parna, dva neparna i zbir jednog parnog i jednog neparnog broja:

Predstavlja prvi sabirak	Predstavlja drugi sabirak	Trakom predstavljen zbir
		
		
		

Učenici vide da kada sabiramo dva parna broja, tada „slažemo dva pravougaonika“, dobijamo pravougaonik, tj. paran broj. Kada sabiramo dva neparna broja, tada slažemo dva pravougaonika sa „zubom“, pa dobijamo opet pravougaonik, tj. paran broj. Kada sabiramo jedan paran i neparan broj, tada pravougaonik slažemo s pravougaonikom sa „zubom“, pa dobijamo pravougaonik sa „zubom“, odnosno neparan broj.

Koristeći prethodni primjer, učenici odgovaraju na pitanja:

1. Ako zamislimo bilo koja tri prirodna broja, da li je uvijek moguće među njima pronaći dva takva čiji je zbir paran?
2. Kakav je zbir četiri uzastopna prirodna broja?
3. Kakav je broj razlika dva parna broja?
4. Kakav je broj razlika dva neparna broja?
5. Kakav je broj razlika parnog i neparnog broja?
6. Kakav je broj razlika neparnog i parnog broja?

Oblast: ARITMETIKA I ALGEBRA

Tema: Skupovi

UČENICI:

- usvajaju i upotrebljavaju pojmove skup, podskup, unija, presjek, prazan skup
- zapisuju i grafički predstavljaju skupove, podskupove, uniju i presjek dva skupa
- izvode operacije sa skupovima uz grafički prikaz
- rješavaju najprostije tekstualne zadatke pomoću skupova
- razvijaju sposobnost posmatranja, opažanja, pamćenja, mišljenja, uopštavanja, zaključivanja.

2.1. Skup. Elementi skupa. Venov dijagram

UČENICI:

- prepoznaju skup kao cjelinu i imenuju skup po prirodnom sadržaju
- nalaze konkretne primjere iz života koji se mogu opisati pomoću skupova
- koriste pojam element skupa
- usvajaju i upotrebljavaju pojam matematičkog skupa, pojam praznog skupa, značenje riječi „pripada" i „ne pripada" i odgovarajuće simbole: {, }, ∈, ∉, ∅
- prikazuju skupove pomoću Venovih dijagrama
- koriste skupovnu simboliku.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

U svakodnevnom životu različite grupe predmeta obično nazivamo posebnim imenima: mnoštvo, društvo, ansambl, porodica, sistem, stado, jato, čopor, buket, četa, razred, klasa itd. Na primjer, zbirku dokumenata nazivamo arhivom, veću zbirku knjiga nazivamo bibliotekom itd.

Učenici odgovaraju na pitanja:

1. Kako se naziva zajednica u kojoj djeca žive s roditeljima? (porodica)
2. Kako se naziva veća grupa učenika koji na priredbi pjevaju zajedno? (hor)

Matematički pojam koji iskazuje ujedinjenje nekih objekata, predmeta, bića ili pojmova u jednu cjelinu naziva se skup. Skup je jedan od osnovnih pojmova u matematici, pa se, stoga, na pitanje „Što je skup?", ne daje odgovor u obliku definicije.

Nastavnik navodi nekoliko primjera na osnovu kojih učenici treba da shvate što je pojam skupa i da ga opišu. Na primjer:

1. Svi učenici u odjeljenju čine jedan skup – skup učenika. Svaki učenik tog odjeljenja je element tog skupa.
2. Sva slova azbuke čine jedan skup. Taj skup ima trideset dva elementa, jer azbuka ima trideset dva slova.

Neki skupovi u običnom govoru, kao što smo već rekli, imaju poseban naziv. Na primjer: skup ptica nazivamo jato, a skup ovaca – stado. Predložiti učenicima da navedu još nekoliko sličnih primjera skupova.

Napomena: Učenici navode neke svoje primjere skupova kako bi nastavnik dobio povratnu informaciju o tome da li su shvatili pojam skupa.

Aktivnost 1: Uvodna slika

Učenici upoznaju pojam skupa, element skupa i način zapisivanja skupa na uvodnom primjeru iz Udžbenika. Putem navedenih primjera učenici dobijaju izvjesnu sliku o tome, od čega je neki skup sastavljen. Na primjer, razred je sastavljen od učenika, riječi od slova, brojevi od cifara itd. Skup je sastavljen od svojih elemenata, i obrnuto: elementi zadatog skupa obrazuju taj skup kao cjelinu. Ako je skup A sastavljen od cifara 1, 2, 3, onda se to piše: $A = \{1, 2, 3\}$. Naziv skupa označavamo velikim štampanim slovima abecede: A, B, C itd. Elemente pišemo između otvorene i zatvorene vitičaste zagrade, a razdvajamo ih zapetom. Učenici upoznaju korišćenje simbola $\in$ (pripada skupu), $\notin$ (ne pripada skupu).

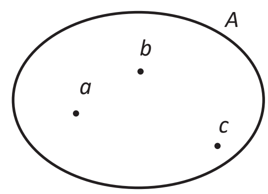
Napomena: Ističemo da je važno da učenici prvo u potpunosti prihvate i razumiju pojam skupa i pojam elementa skupa, pa da se tek nakon te faze pređe na obilježavanje.

U nastavku učenici rade zadatke 1, 2 i 3 iz Udžbenika i zadatke iz Zbirke.

Napomena: Važno je da nastavnik u ovoj fazi puno pažnje posveti pravilnom zapisivanju, urednosti i dosljednosti. Skrenite pažnju učenicima da postoje tri vrste zagrada, ali da se za obilježavanje skupova isključivo koriste vitičaste zagrade. Vodite računa o tome kako učenici pišu, i ispravljajte svaku grešku. Takođe, obratite pažnju da učenici ne zaboravljaju zapetu između elemenata skupa.

Aktivnost 2

Skupove prikazujemo i crtežima, grafički. To je zatvorena kriva, koja može da bude krug, češće elipsa ili kombinacija kruga/elipse s pravougaonikom. U unutrašnjoj oblasti krive označimo tačke i pored tačaka upisujemo elemente skupa. Naziv skupa zapisujemo u spoljašnju oblast krive. Grafički prikaz skupa naziva se **Venov dijagram**. Venov dijagram skupa $A = \{a, b, c\}$ prikazan je na slici. Venovi dijagrami doprinose boljem shvatanju skupova i jasnijem uočavanju njihovih odnosa.



Napomena: Grafički prikaz skupa susrijeće se prvi put već u Ojlerovim radovima (Leonard Ojler [1707–1783] švajcarski je matematičar), ali ovaj način prikazivanja skupova Ven je koristio dosljedno (Džon Ven [1834–1923] engleski je filozof i logičar). Zbog toga ove zatvorene krive se zovu Ojler–Venov dijagram, ili samo Venov dijagram.

Aktivnost 3

Učenici rade zadatke 4 i 5 iz Udžbenika.

Aktivnost 4: Uvodni primjer, zadatak 6

Učenici se upoznaju sa skupom koji nema elemenata.

Primjer: Utvrđeno je da na Mjesecu nema živih bića, pa prema tome na njemu nema ni ovaca, ni ptica. Koliko elemenata ima skup (stado) ovaca koje pasu na Mjesecu? Koliko elemenata ima skup (jato) slavuja koji žive na Mjesecu?

Na osnovu navedenog primjera može se zaključiti da postoje skupovi koji nemaju nijedan element. Takvi skupovi nazivaju se prazni skupovi. Učenici zaključuju da:

Prazan skup je skup koji nema elemenata.

Učenici upoznaju opšteprihvaćen simbol praznog skupa: $\varnothing$. Kad nabrajamo elemente praznog skupa, onda koristimo otvorenu i zatvorenu vitičastu zagradu: $\{\}$ ne upisujući ništa između njih, tj. $\varnothing = \{\}$.

Aktivnost 5

Učenici uvježbavaju pređeno gradivo na primjerima iz Udžbenika i Zbirke.

Aktivnost 6: Paradoks

Napomena: Paradoks je u logici kontradikcija koja ima status logički korektnog zaključka i istovremeno je rasuđivanje koje vodi do međusobno isključivih zaključaka.

Pojam skupa jedan je od osnovnih pojmova u matematici. Koristeći jednostavnije skupove i različite matematičke konstrukcije, možete izgraditi svaki matematički objekat. G. Kantor (njemački naučnik, jedan od tvoraca teorije skupova) aktivno je promovisao ideju izgradnje cjelokupne matematike na bazi teorije skupova. Međutim, po svojoj jednostavnosti, koncept skupa skriva opasnost od kontradikcija ili, kako se još kaže, paradoksa. Pojava paradoksa je posljedica činjenice da se ne mogu razmatrati sve konstrukcije niti svi skupovi.

Prije nego što pređemo na načine zadavanja skupova podsjetićemo se jedne priče koja treba da nam približi probleme u vezi s definisanjem pojma skupa i zadavanjem skupova.

Paradoks berberin: U jednom selu živi berberin koji brije sve one seljane koji sami sebe ne briju. Pitanje je: da li on brije samog sebe? Naizgled je jednostavno. Ali, ako malo razmislimo, vidimo da je situacija, zapravo, daleko od jednostavne. Ako je odgovor „Da“, to jest ako berberin sebe brije, onda on sebe ne brije. Jer po pretpostavci, on brije one koji sebe ne briju. Ovakva situacija djeluje nemoguće, odnosno kažemo da je riječ o protivrječnosti. A što ako je odgovor „Ne“? Onda berberin sebe ne brije, pa – opet po pretpostavci – to znači da on sebe brije. Jer on brije one koji sami sebe ne briju. Tako smo opet došli do nemoguće situacije, odnosno protivrječnosti.

I jedan i drugi odgovor doveli su nas do protivrječnosti, što sve zajedno pokazuje da je ovo primjer paradoksa. Ovo je popularna verzija takozvanog Raselovog paradoksa. Raselov paradoks jedan je od primjera koji pokazuju da se u zasnivanju skupova mora biti krajnje oprezan. Već ovako jednostavna situacija sa skupom seljana koji sebe ne briju dovodi do paradoksa.

Napomena: Ovu priču nastavnik ne mora da ispriča na redovnom času. Može da je izloži zainteresovanijim učenicima u okviru sekcije ili dodatne nastave. Ipak, najbitnije je da sâm nastavnik razumije ovaj primjer kako bi vjerodostojnije učenicima mogao da prenese delikatnost zasnivanja i zadavanja skupova.

2.2. Načini zadavanja skupova. Jednakost dva skupa

UČENICI:

- zapisuju skupove na različite načine
- objašnjavaju pojam jednakosti dva skupa
- koriste uvedene skupovne simbole.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Smatramo da je skup zadat ako svi oni koji hoće da govore ili misle o njemu znaju koji su njegovi elementi. Ili preciznije: Smatramo da je skup zadat ako svi oni koji hoće da govore ili misle o njemu mogu utvrditi da li mu određeni element pripada ili ne pripada.

Učenici su već na prethodnom času naučili da skupove možemo zadati nabrajanjem elemenata koje zapisujemo između otvorene i zatvorene vitičaste zagrade, a razdvajamo ih zarezom. Učenici navode neke primjere konačnih skupova, kod kojih je moguće nabrojati svaki element. Na primjer:

1. *B* je skup sobnih biljaka u učionici, tj. *B* = {ljubičica, kaktus, orhideja, kalanhoa, begonija, fikus}.
2. *C* je skup odjevnih predmeta, tj. *C* = {dukserica, haljina, košulja, pantalone, trenerka, farmerke}.

Napomena: Objasniti učenicima da su se matematičari dogovorili da, ako neki skup ima mnogo elemenata, nije ih potrebno sve nabrojati. Konačne skupove zapisujemo tako što između zagrada zapišemo prvih nekoliko elemenata skupa, stavimo tri tačke i zapišemo posljednji element, na primjer $\{0, 2, 4, 6, \ldots, 18\}$. Beskonačne skupove zapisujemo tako što između zagrada nabrojimo nekoliko prvih elemenata i stavimo tri tačke. Na primjer: $\{0, 3, 6, 9, \ldots\}$.

Ako, na primjer, skup ima mnogo elemenata, tako da se ne mogu svi zapisati, onda se opisno zapisuje zajedničko svojstvo svih elemenata. Skup možemo da zadamo na ovaj način samo ako data osobina jednoznačno određuje skup. Između otvorene i zatvorene vitičaste zagrade zapisujemo zajedničku osobinu elemenata koji čine dati skup. Ovu zajedničku osobinu možemo zapisati riječima ili koristeći matematičke simbole.

Primjeri:

$\mathbb{N} = \{x \mid x \text{ je prirodan broj}\}$; $M = \{x \mid x \text{ je samoglasnik}\}$; $R = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ i } x < 20\}$ itd.

Aktivnost 1: Uvodni primjer 1

Nakon obrade uvodnog primjera iz Udžbenika učenici rade zadatke od 1 do 4.

Aktivnost 2: Uvodni primjer 2

Učenici posmatraju uvodnu sliku u Udžbeniku i primjećuju da skup *A* i skup *B* imaju po četiri elementa i da se svaki element skupa *A* pojavljuje i u skupu *B* samo u drugom redosljedu. Znači, skup *A* jednak je skupu *B*. Redosljed navođenja elemenata u skupu nije bitan. Učenici formulišu definiciju jednakosti skupova svojim riječima, a zatim upoređuju dobijenu definiciju s tekstom u Udžbeniku:

Dva skupa ***A*** i ***B*** jednaka su ako je svaki element skupa ***A*** ujedno i element skupa ***B*** i ako je svaki element skupa ***B*** ujedno i element skupa ***A***.

Učenici se podsjećaju kako se matematičkim simbolima zapisuje jednakost skupova: $A = B$. U slučaju kada skupovi nijesu jednaki, za zapisivanje se koristi znak $\neq$.

Učenici se obavještavaju da su se matematičari dogovorili da se elementi skupova ne zapisuju više puta. Na primjer: $\{1, 2, 3, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$, {m, a, t, e, m, a, t, i, k, a} = {m, a, t, e, i, k}. Učenici shvataju da se svaki element u skupu računa samo jednom, čak i kada je naveden više puta.

Napomena: Jednakost konačnih skupova lakše je uočiti. Ipak, potrebno je navesti i primjer jednakih skupova za beskonačne skupove:

Elementi skupa A jesu prirodni brojevi djeljivi sa 2, elementi skupa B su parni prirodni brojevi, elementi skupa C su brojevi koji mogu da se zapišu u obliku $2 \cdot n$, gdje je n prirodan broj. Tada je $A = B = C$.

Napomena: Primijetimo na kraju da iz pojma jednakosti skupova slijedi da postoji samo jedan prazan skup.

Aktivnost 3

Uvježbavanje na primjerima iz Udžbenika i Zbirke.

Aktivnost 4

Na kraju predložiti učenicima da riješe samostalno zadatak.

Zadatak: Odredi elemente m i n tako da skupovi A i B budu jednaki:

a) $A = \{2, 3, 8, m, 10\}$, $B = \{3, 8, 11, n, 10\}$;

b) $A = \{11, m, 1001, 11, 10001\}$, $B = \{101, 1001, n, 10001\}$;

c) $A = \{6, 5, m, 4, 2\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 7\}$.

Odgovor: a) $m = 11$, $n = 2$; b) $m = 101$, $n = 11$; c) $m = 3$.

2.3. Podskup

UČENICI:

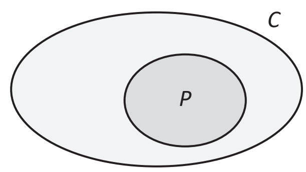
- usvajaju i upotrebljavaju pojam podskupa, imenuju podskupove datih skupova
- koriste odgovarajuće simbole: ⊂, ⊄ i primjenjuju ih u konkretnim zadacima
- zaključuju da je svaki skup istovremeno i svoj podskup
- zapisuju jednakosti skupova pomoću podskupova.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

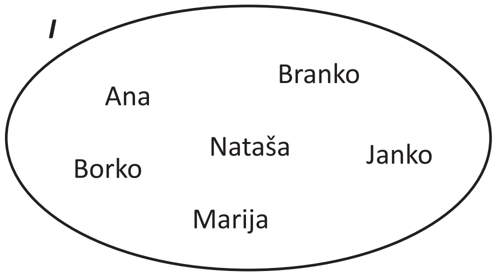
Učenici odgovaraju na pitanja:

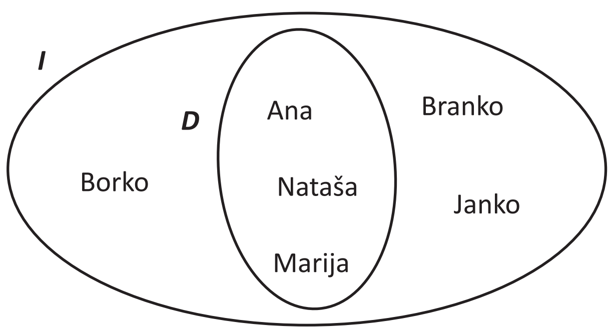
- Da li su svi stanovnici Crne Gore ujedno i stanovnici Podgorice?
- Da li su svi stanovnici Podgorice ujedno i stanovnici Crne Gore?
- Kako to možemo da prikažemo Venovim dijagramom?
- Što predstavlja skup stanovnika Podgorice u odnosu na sve stanovnike Crne Gore? (Učenici shvataju da skup stanovnika Podgorice čini dio skupa stanovnika Crne Gore.)



Aktivnost 1: Uvodni primjer

Na tabli je napisano nekoliko imena dječaka i djevojčica. Na primjer: skup *I* = {Ana, Borko, Branko, Janko, Nataša, Marija}. Ako označimo skup *D* = {Ana, Nataša, Marija}, tada vidimo da je svaki element skupa *D* ujedno i element skupa *I*.





To zapisujemo: $D \subset I$. Znak ⊂ jeste znak uključivanja. Čitamo: „je podskup".

Učenici shvataju da dio skupa, odnosno podskup nekog skupa dobijamo ako od elemenata skupa, bez obzira na to iz kog razloga načinimo skup. Prije nego što se definiše pojam podskupa, učenici formiraju podskupove za zadate skupove:

a) skup učenika jedne škole (podskupovi: skup dječaka, skup djevojčica, skup odličnih učenika, skup učenika petog razreda itd.);

b) skup ptica (podskupovi: skup ptica koje ne lete, skup ptica selica, skup ptica koje plivaju itd.);

c) skup prirodnih brojeva (podskupovi: skup trocifrenih brojeva, skup parnih brojeva, skup brojeva djeljivih sa 3 itd.)

Poslije navođenja primjera učenici sami pokušaju da formulišu definiciju podskupa:

Ako svaki elemenat nekog skupa A pripada i skupu B, tada je skup A podskup skupa B.

Matematičkim simbolima zapisuje se ovako: $A \subset B$.

Učenici proučavaju uvodni primjer iz Udžbenika i upoznaju neka svojstva skupova koja neposredno slijede iz definicije podskupova.

Nakon toga, definiciju jednakosti skupova možemo da zapišemo i na sljedeći način:

Ako je $A \subset B$ i $B \subset A$, onda je $A = B$.

Aktivnost 2

Učenici rade zadatke iz Udžbenika i Zbirke.

Aktivnost 3

Učenici na primjeru iz Udžbenika saznaju kako se računa koliko podskupova ima skup.

Napomena: Naglasiti učenicima da je i prazan skup podskup svakog skupa.

Učenici rade sličan primjer sa skupom koji ima tri elementa.

Primjer: Dat je skup $A = \{ 1, 2, 3 \}$. Zapisati sve podskupove skupa A.

Jednočlanih podskupova ima 3: $\{1\}, \{2\}, \{3\}$.

Dvočlanih podskupova takođe ima 3: $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$.

Tročlanih podskupova ima samo 1: $\{1, 2, 3\}$.

Naravno, ne smijemo zaboraviti prazan skup. Prazan skup je podskup skupa A. Znači ukupno ima 8 podskupova.

Učenici primjećuju da važi $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3\}$, tj. svaki skup sadržan je u sebi samom.

Zadatak: Zapisati sve podskupove skupa $A = \{a, b, c, d\}$. Da li tih podskupova ima ukupno 16?

Aktivnost 4

Na kraju časa moguća je pismena vježba s povratnom informacijom.

1. Dat je skup $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Zaokruži slovo ispred tačnog zapisa:

   A) $\{4\} \in S$; B) $6 \subset S$; C) $\{2, 3, 4\} \subset S$; D) $\{2, 4, 6\} \in S$.

2. Odredi x i y tako da skupovi $\{x, 2, 4, 6\}$ i $\{8, 6, y, 4\}$ budu jednaki. Zaokruži slovo ispred tačnog odgovora:

   A) $x = 6, y = 4$; B) $x = y$;

   C) $x = 4, y = 2$; D) $x = 8, y = 2$.

3. Dat je skup $S = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 7\}$. Njegovi elementi su:

   A) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; B) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7;

   C) 1, 2, 3, 4, 5, 6; D) 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Odgovor: 1. C; 2. D; 3. B.

2.4. Presjek skupova

UČENICI:

- objašnjavaju presjek dva skupa kao skupovnu operaciju
- navode neke primjere presjeka dva skupa
- koriste simbole i svojstva skupovne operacije presjek
- prikazuju presjek dva skupa grafički.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni primjer

Napomena: Učenici su upoznali skupove. Sa skupovima su moguće određene operacije, koje nazivamo skupovne operacije. Koristeći skupovne operacije, moguće je od nekoliko datih skupova dobiti nove skupove.

Učenici se upoznaju s pojmom presjeka skupova na primjeru iz Udžbenika. Slušaju tekst: „Milena voli da crta kao i Jasmina, kojoj se ipak više sviđa matematika. Matija rado rješava zadatke iz matematike i učestvuje u radu likovne sekcije. Damir i Leo ne propuštaju nijedan čas matematičke sekcije. Dragan je već imao svoju izložbu slika u razredu u okviru rada likovne sekcije." Djecu iz priče moguće je rasporediti u dva skupa. Učenici primjećuju da se neki od njih nalaze u oba skupa. Upoznaju na koji je način takvu situaciju moguće predstaviti Venovim dijagramom. Data dva skupa imaju zajednički dio, i za takve skupove kaže se da se sijeku.

Učenici nalaze zajedničke elemente dva skupa na primjerima iz svakodnevnog života.

Primjeri:

- Neka je *A* skup učenika nekog razreda koji vole da igraju kompjuterske igre, i neka je *B* skup učenika nekog razreda koji vole da gledaju crtaće. Naći presjek ovih skupova.
- Neka je *C* skup dječaka nekog razreda koji vole fudbal, i neka je *D* skup učenika nekog razreda koji vole košarku. Naći presjek ovih skupova.
- Neka je M skup učenika nekog razreda koji su imali odličnu ocjenu iz matematike u četvrtom razredu, i neka je *C* skup učenika nekog razreda koji su imali odličnu ocjenu iz Crnogorskog – srpskog, bosanskog, hrvatskog jezika i književnosti. Naći presjek ovih skupova.

Već poslije navođenja samo nekoliko primjera učenici se lako snalaze i s presjekom apstraktnih skupova. Cilj je da učenici sami dođu do pravilnog korišćenja riječi „i".

Neka definiciju presjeka prvo formulišu naglas, npr.:

Presjek dva skupa jeste skup svih elemenata koji pripadaju i jednom i drugom skupu.

Napomena: Ova definicija presjeka skupova pogodna je zbog riječi „i“ koja ukazuje na čvrstu povezanost između skupovnih i logičkih operacija. Naglasimo da je izdvajanje zajedničkih elemenata dva skupa – skupovna operacija, i da je presjek dva skupa jedan novi skup (koji je podskup i jednog i drugog skupa).

Učenici proučavaju u Udžbeniku slučaj presjeka dva disjunktna skupa. Na ovom primjeru shvatiće važnost postojanja praznog skupa (u protivnom ne bi mogli odrediti presjek bilo koja dva skupa) i zašto je izdvojeno svojstvo da je prazan skup podskup svakog skupa (presjek dva skupa jeste podskup i jednog i drugog skupa).

Učenici navode svoje primjere skupova koji nemaju zajedničkih elemenata. Na primjer: skup parnih i skup neparnih brojeva, skup ptica i skup biljaka itd.

Aktivnost 2: Zadaci 1 i 2

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 3: Zadatak 3

Učenici na primjeru zadatka 3 iz Udžbenika upoznaju poseban slučaj presjeka dva skupa kada je jedan od njih podskup drugog. Učenici primjećuju da je presjek skupa B sa svojim podskupom A jednak samom tom podskupu A. Podskup je dio skupa po definiciji. Učenici uopštavaju dobijeni zaključak za skupove A i B i dopisuju rečenicu:

Ako je $A \subset B$, tada je $A \cap B = A$.

Aktivnost 4: Zadaci 4 i 5

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 5: Primjer iz Udžbenika

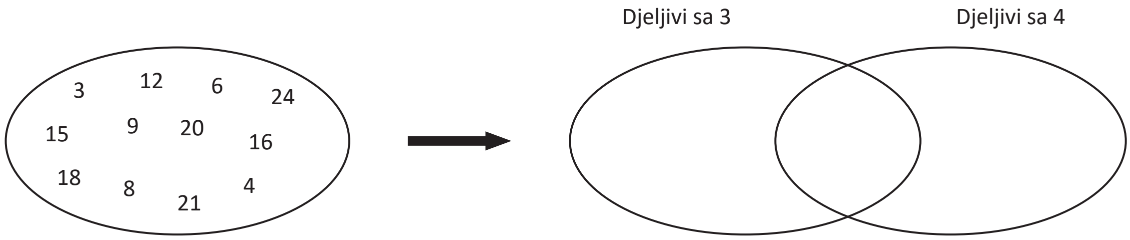
Učenici se upoznaju s nekim od svojstava presjeka:

1. Komutativnost: $M \cap P = P \cap M$.
2. Presjek skupa sa samim sobom: $A \cap A = A$.
3. Presjek skupa s praznim skupom: $A \cap \varnothing = \varnothing$.

Aktivnost 6

Učenici se podsjećaju tablice množenja i rješavaju postavljeni zadatak.

Zadatak: Potrebno je rasporediti skup datih brojeva u dva skupa s navedenim svojstvima:



2.5. Unija skupova

UČENICI:

- objašnjavaju operaciju unija dva skupa
- navode neke primjere unije dva skupa
- prikazuju uniju dva skupa grafički
- nabrajaju osnovna svojstva unije dva skupa.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Potrudimo se da smislimo dobru priču iz života da bismo razjasnili što je unija skupova.

Primjer: Asim i Petar su drugovi iz odjeljenja. Asim se druži sa Hanom, Anom, Olegom, Mirkom, Borkom, Zoranom, Jovanom i Nemanjom, a Petar sa Marijom, Jankom, Željkom, Lukom, Nemanjom i Zoranom. Koliko ukupno drugova imaju Asim i Petar?

Nakon toga učenici proučavaju primjer iz Udžbenika i upoznaju znak za označavanje unije skupova. Učenici shvataju da zapis $T \cup V$ označava skup učenika koji igraju tenis ili igraju vaterpolo, a zapis $T \cap V$ označava skup učenika koji igraju tenis i vaterpolo.

Napomena: Učenici s lakoćom prihvataju ovaj novi pojam. Bitno je da učenici shvate da je unija skupovna operacija koja sastavlja skupove i da se ovom skupovnom operacijom dobija novi skup. Učenici treba da sami dođu do pravilnog korišćenja riječi „ili“. Pri korišćenju riječi „ili“ očekuje se ispunjenje bar jednog od navedenih svojstava, a pri korišćenju riječi „i“ treba da istovremeno ispune sva navedena svojstva.

Učenici formulišu definiciju unije naglas:

Unija dva skupa jeste skup svih elemenata koji pripadaju jednom ili drugom skupu.

Aktivnost 1: Zadatak 1

U zadatku 1(a) data su dva skupa: $A = \{p, e, h, a, r\}$ i $B = \{p, e, k, a, r\}$. Uniju ova dva skupa možemo odrediti na dva načina:

1. Možemo naći presjek ova dva skupa i podvući te elemente: $A = \{\underline{p}, \underline{e}, h, \underline{a}, \underline{r}\}$ i $B = \{\underline{p}, \underline{e}, k, \underline{a}, \underline{r}\}$. U uniju ova dva skupa možemo prvo upisati nepodvučene elemente prvog skupa, a zatim elemente iz presjeka i na kraju nepodvučene elemente drugog skupa:

   $A \cup B = \{h, p, e, a, r, k\}$.

2. Možemo prepisati elemente prvog skupa, a zatim dopisati sve elemente drugog skupa koji nijesu već zapisani:

   $A \cup B = \{p, e, h, a, r, k\}$.

Aktivnost 2: Zadaci 2 i 3

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 3: Zadatak 4

U zadatku 4 posmatramo poseban slučaj unije skupova – kada je jedan od datih skupova podskup drugog. Učenici primjećuju da je $A \cup B = B$. Znači, unija skupa i podskupa jednaka je cijelom skupu:

Ako je $A \subset B$, tada je $A \cup B = B$.

Aktivnost 4. Zadatak 5

Učenici mogu na četiri načina da odrede ukupan broj učenika u odjeljenju.

1. način:

   (18 + 19) − 10 = 27 učenika ukupno ima u tom odjeljenju.

2. način:

   18 − 10 = 8 učenika uči samo engleski jezik.

   19 + 8 = 27 učenika ukupno ima u tom odjeljenju.

3. način:

   19 − 10 = 9 učenika uči samo njemački jezik.

   18 + 9 = 27 učenika ukupno ima u tom odjeljenju.

4. način:

   18 − 10 = 8 učenika uči samo engleski jezik.

   19 − 10 = 9 učenika uči samo njemački jezik.

   8 + 10 + 9 = 27 učenika ukupno ima u tom odjeljenju.

Učenici rješavaju sljedeći zadatak: (ovaj zadatak se nalazi u Zbirci)

Zadatak: U jednom odjeljenju od 30 učenika, 7 učenika se bavi košarkom, a 9 igra tenis. Ako se 16 učenika ne bavi nijednim od navedenih sportova, koliko njih igra i košarku i tenis?

Rješenje: 30 − 16 = 14 učenika u razredu bavi se jednim od navedenih sportova. 7 + 9 = 16 učenika bavi se košarkom ili tenisom. Očigledno je da se neki od učenika bave i košarkom i tenisom: 16 − 14 = 2.

Aktivnost 5

Primjer iz Udžbenika posvećen je jednom od svojstava operacije unije, a to je komutativnost operacije unije: $A \cup B = B \cup A$.

Učenici ispituju i sljedeće slučajeve:

- Što se dešava ako formiramo uniju skupa sa samim sobom?
- Što se dešava ako formiramo uniju skupa s praznim skupom?

Oblast: ARITMETIKA I ALGEBRA

Tema: Sabiranje i oduzimanje u skupu prirodnih brojeva

UČENICI:

- sabiraju i oduzimaju u skupu $\mathbb{N}_0$
- prikazuju i koriste zakone komutativnost i asocijativnosti sabiranja u skupu $\mathbb{N}_0$
- koriste zavisnost zbira od sabiraka i zavisnost razlike od umanjenika i umanjioca
- rješavaju tekstualne zadatke i zapisuju ih odgovarajućim izrazima
- rješavaju jednačine sa sabiranjem i oduzimanjem
- rješavaju jednostavne nejednačine u vezi sa sabiranjem i oduzimanjem
- rješavaju tekstualne – problemske zadatke.

3.1. Sabiranje u skupu $\mathbb{N}_0$

UČENICI:

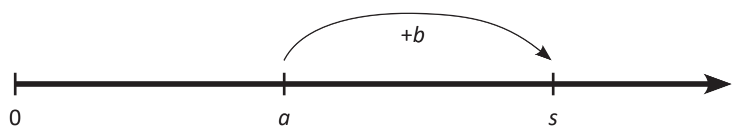
- sabiraju prirodne brojeve u okviru prve hiljade
- koriste pojmove sabirak i zbir
- prikazuju i objašnjavaju svojstvo nule kao sabirka i svojstvo broja 1 (dobijanje sljedbenika)
- ponavljaju i primjenjuju svojstva sabiranja prirodnih brojeva
- primjenjuju svojstva sabiranja kao olakšicu pri računanju.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Kao uvodne zadatke koristiti primjere izračunavanja zbira u okviru prve hiljade.

Učenici se podsjećaju da se sabiranje definiše kao skraćeno dobrojavanje, tj. prvom sabirku dodaju se jedinice drugog sabirka. Uopštavanje se može prikazati i na brojevnoj polupravoj.



$a + b = s$, prvom sabirku a dodaje se drugi sabirak b, čime se dobija zbir s.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici se pomoću uvodnog zadatka podsjećaju kako se nazivaju komponente operacije sabiranja, kao i načina usmenog i pismenog sabiranja trocifrenih brojeva.

Učenici shvataju da je sabiranje izvodljivo u skupu $\mathbb{N}$, jer je zbir svaka dva prirodna broja takođe prirodan broj.

Aktivnost 2: Zadaci 1 i 2

Učenici samostalno rješavaju zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 3: Zadaci 3 i 4

Učenici rješavaju **zadatak 3** i uočavaju pravilo, koje iskazuju riječima:

Ako je jedan sabirak 0, zbir je jednak drugom sabirku.

Zapisuju ovo pravilo i u opštem obliku: $0 + a = a + 0 = a$.

Učenici u **zadatku 4** uočavaju da je svaki sljedeći broj za jedan veći od prethodnog. Podsjećaju se pojma sljedbenika kao broja koji slijedi iza datog broja.

Aktivnost 4

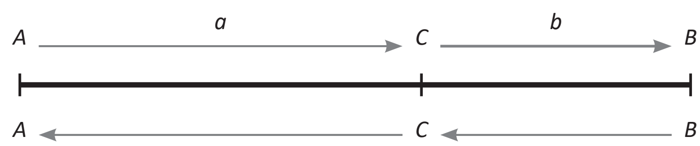
Napomena: Komutativnost i asocijativnost sabiranja poznata su svojstva još odranije. Sada treba prikazati da ta svojstva sabiranja važe za cio skup $\mathbb{N}$.

Učenici razmatraju uvodne primjere u Udžbeniku i podsjećaju se osnovnih svojstava sabiranja.

Uopšteno značenje komutativnosti i asocijativnosti može se prikazati i grafički.

Na primjer:

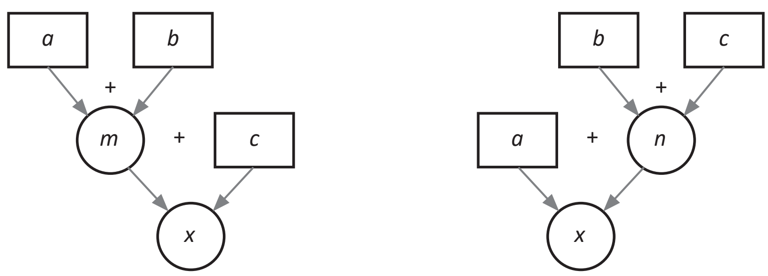
1. Matija kreće iz mjesta *A* u mjesto *B*, a Ana iz mjesta *B* u mjesto *A*. Oni se susretnu u mjestu *C*, malo odmore i popričaju, pa svako nastavi svojim putem.



Matija i Ana su ukupno prešli jednake puteve samo po suprotnom redosljedu dionica, tj.

$$a + b = b + a.$$

Združivanje sabiraka možemo da prikažemo na sljedećem primjeru:



$(a + b) + c = m + c = x$ $\quad$ $a + (b + c) = a + n = x$

Učenici koriste komutativnost i asocijativnost sabiranja za moguće olakšice za izračunavanje zbira.

3.2. Sabiranje hiljada i miliona

UČENICI:

- usmeno i pismeno sabiraju hiljade i milione koristeći analogije
- primjenjuju svojstva sabiranja kao olakšicu pri računanju.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici obnavljaju sabiranje do 20 bez prelaza preko desetice i s prelazom preko desetice.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici posmatraju uvodnu sliku u Udžbeniku i uvjeravaju se da je postupak sabiranja hiljada i miliona analogan sabiranju jedinica.

Aktivnost 2: Zadaci 1, 2, 3 i 4

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Zadatak 1. Učenici računaju zbirove i primjećuju da se u prvoj koloni sabiraju desetice, u drugoj stotine, u trećoj hiljade i u četvrtoj desetice hiljada. Dalje, u prvom redu sabiraju se desetice, stotine, hiljade i desetice hiljada bez prelaza na veću jedinicu brojanja. U drugom redu pri sabiranju dobijamo višestruke desetice. U trećem redu obavljamo sabiranje s prelazom u veću jedinicu brojanja.

Zadatak 3. Učenici primjećuju da je lakše sabirati brojeve koji imaju isti broj cifara, a ako je broj cifara različit, potrebno je paziti na mjesnu vrijednost cifara.

Aktivnost 3: Zadaci 5 i 6

Napomena: Usmeno računanje ojačava koncentraciju, moć zapažanja, istrajnost i snalažljivost i potrebno je što više koristiti zadatke u kojima se traži usmeno računanje.

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Zadatak: Usmeno izračunati zbir datih brojeva koristeći komutativnost i asocijativnost:

1. 999 + 777 + 1 + 888 + 223 + 112
2. 909 + 606 + 707 + 101 + 404 + 303
3. 888 + 777 + 666 + 223 + 334 + 412.

Aktivnost 4

Učenici uvježbavaju odgovarajuće sabiranje na primjerima koje nastavnik pripremi i na zadacima iz Udžbenika.

3.3. Sabiranje višecifrenih brojeva

UČENICI:

- sabiraju višecifrene brojeve i proširuju sabiranje u okviru prve klase na sabiranje u narednim klasama dekadnog sistema
- pismeno sabiraju višecifrene brojeve
- rješavaju problemske zadatke.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Učenicima je iz prethodnih razreda poznato sabiranje trocifrenih brojeva u okviru prve hiljade, tj. u okviru prve klase. Sada postupak sabiranja treba proširiti i u okvire sljedećih klasa dekadnog brojevnog sistema. Kao uvodne zadatke koristiti primjere sabiranja trocifrenih brojeva u okviru prve hiljade.

	2	4	5
+	7	3	2
	9	7	7

Učenici analiziraju postupak sabiranja vodeći računa o oba slučaja: bez prelaza i s prelazom dekadne jedinice. Objašnjavaju što se dobija i kako se zapisuje. Saznaju da se opisani postupak primjenjuje i na sljedeće klase (klase višeg reda) kod sabiranja višecifrenih brojeva.

		1	
	6	2	7
+	7	4	5
1	3	7	2

Napomena: Načini pismenog sabiranja i oduzimanja u Evropi počeli su da se pojavljuju u XII vijeku, a ukorijenjeni su u sadašnjem obliku tek u XVII vijeku.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici na primjerima iz Udžbenika analiziraju postupak bez prelaza i s prelazom dekadne jedinice pri sabiranju višecifrenih brojeva.

Napomena: Pokazati na jednom primjeru sabiranje višecifrenih brojeva. Klasu jedinica sabiraka odabrati tako da budu sabirci nekog od uvodnih zadataka.

	1	1		1	1		1	
	1	4	7	3	5	6	2	7
+	3	8	6	2	9	7	4	5
	5	3	3	6	5	3	7	2

Učenici shvataju da je kod pismenog sabiranja najvažnije pravilno potpisati sabirke jedan ispod drugog i to jedinice ispod jedinica, desetice ispod desetica, stotine ispod stotina itd. Učenici zaključuju da se zbir u pismenom postupku određuje sabiranjem vrijednosti cifara, da se sabiranje vrši zdesna ulijevo (počevši od sabiranja vrijednosti cifara jedinica), a da se dobijeni zbir čita slijeva udesno. Učenici znaju da pismeno sabiranje počinjemo od sabiranja jedinica zbog toga što broj desetica i stotina, a takođe i jedinica, u svakoj klasi može da se promijeni.

Aktivnost 2

Učenici shvataju da mogu odjednom da sabiraju i nekoliko brojeva. Rade primjer na tabli s detaljnim objašnjenjem, na primjer:

	1	2	1	
	1	2	9	5
	3	5	3	7
+		6	7	4
	5	5	0	6

Računamo:	**Pišemo:**
1) 5 + 7 + 4 = 16	1) 6 ispod jedinica, 1 dodajemo deseticama
2) 1 + 9 + 3 + 7 = 20	2) 0 ispod desetica, 2 dodajemo stotinama
3) 2 + 2 + 5 + 6 = 15	3) 5 ispod stotina, 1 dodajemo hiljadama
4) 1 + 1 + 3 = 5	4) 5 ispod hiljada.

Učenici uvježbavaju postupak pismenog sabiranja na zadacima iz Udžbenika i Zbirke.

3.4. Oduzimanje u skupu $\mathbb{N}_0$. Veza sabiranja i oduzimanja

UČENICI:

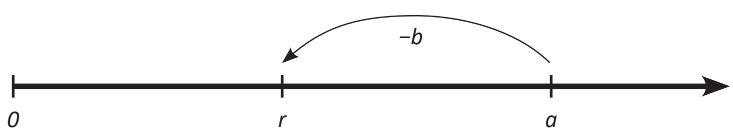
- koriste pojmove umanjenik, umanjilac i razlika
- utvrđuju (procjenjuju) izvodljivost oduzimanja u skupu prirodnih brojeva
- koriste ranije stečena znanja o sabiranju i oduzimanju i njihovoj uzajamnoj povezanosti
- upotrebljavaju uzajamnu povezanost operacija kroz provjeravanje tačnosti rezultata sabiranja, odnosno oduzimanja
- objašnjavaju svojstva nule kao umanjioca i razlike
- objašnjavaju svojstvo broja 1 kod oduzimanja – dobijanje prethodnika.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici rješavaju uvodni zadatak iz Udžbenika i obnavljaju pojam umanjenika, umanjioca i razlike, i podsjećaju se postupka oduzimanja trocifrenih brojeva.

Napomena: Oduzimanje se definiše kao skraćeno odbrojavanje, tj. od prvog broja (umanjenika) oduzimaju se ili odbrojavaju jedinice drugog broja (umanjioca). Uopštavanje se može prikazati na brojevnoj polupravoj.



$a - b = r$, od umanjenika a oduzima se umanjilac b, čime se dobija razlika r, $a > b$.

Aktivnost 2

Napomena: U sljedećem dijelu časa potrebno je prikazati i objasniti pojam izvodljivosti oduzimanja u skupu prirodnih brojeva. Kao uvodne zadatke koristiti primjere izračunavanja razlike prirodnih brojeva. Na primjer:

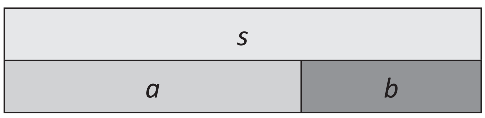
a) 756 − 567; b) 568 − 578; c) 965 − 999.

U okviru povratne informacije i analize, od učenika zahtijevati da sami objasne nemogućnost oduzimanja u datim primjerima. Analiziranjem primjera učenici treba da zapaze da je za neke prirodne brojeve moguće odrediti razliku u skupu $\mathbb{N}$, a da za neke to nije moguće. Već sama ta konstatacija pokazuje da oduzimanje nije izvodljivo u skupu $\mathbb{N}$, tj. postoje prirodni brojevi čija razlika nije prirodni broj. Dakle,

> oduzimanje nije moguće u skupu $\mathbb{N}_0$ ako je umanjilac veći od umanjenika.

Aktivnost 3

Učenici se podsjećaju da su operacije sabiranja i oduzimanja suprotne. Uzajamna povezanost sabiranja i oduzimanja može se prikazati i ovako:



Grafički su prikazane tri jednakosti čija je tačnost očigledna:

$a + b = s$ (1)

$s - a = b,\ \ b = s - a$ (2)

$s - b = a,\ \ a = s - b.$ (3)

Upoređujući jednakosti (2) i (3) sa (1), može se reći da se nepoznati sabirak dobija kada se od zbira oduzme poznati sabirak. Upoređujući (1) sa (2) i (3) – ako se razlika i umanjilac saberu, onda se dobije umanjenik. Upoređujući (2) i (3) – ako se od umanjenika oduzme razlika, onda se dobije umanjilac.

Aktivnost 4: Zadaci 1, 2, 3 i 4

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 5: Zadaci 5, 6 i 7

Učenici su se već ranije upoznali s nulom kao umanjiocem. Rješavaju sljedeće zadatke:

23 567 − 0 = ______ 78 979 − 0 = ______ 14 300 − 0 = ______ 1 000 − 0 = _____

Učenici uočeno pravilo iskazuju riječima:

> Ako od broja oduzmemo nulu, broj se neće promijeniti. Ili: Kada je umanjilac 0, razlika je jednaka umanjeniku.

Zapisuju ovo pravilo i u opštem obliku: $a - 0 = a$.

Učenici se podsjećaju činjenice da je razlika dva jednaka broja jednaka nuli. Rješavaju sljedeće zadatke:

199 999 − 199 999 = ___ 45 272 − 45 272 = ___ 88 500 − 88 500 = _____

Učenici uočeno pravilo iskazuju riječima:

Ako se od broja oduzme taj isti broj, dobije se nula.

Zapisuju ovo pravilo i u opštem obliku: $a - a = 0$.

Učenici samostalno rade zadatke 5, 6 i 7 iz Udžbenika.

Aktivnost 6: Zadatak 8

Učenici se podsjećaju da je broj za 1 manji od broja ***a*** prethodnik broja ***a***. Pišemo ***a* – *1***.

Aktivnost 7: Zadatak 9

Učenici uvježbavaju povezanost oduzimanja i sabiranja.

3.5. Oduzimanje hiljada i miliona

UČENICI:

- usmenim i pismenim postupkom oduzimaju hiljade i milione koristeći analogiju.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici posmatraju uvodnu sliku u Udžbeniku i uvjeravaju se da je postupak oduzimanja hiljada i miliona analogan oduzimanju jedinica.

Aktivnost 2

Učenici samostalno rješavaju zadatke iz Udžbenika.

3.6. Oduzimanje višecifrenih brojeva (1)

UČENICI:

- pismeno oduzimaju višecifrene brojeve
- rješavaju problemske zadatke.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Učenicima je iz prethodnih razreda poznato oduzimanje trocifrenih brojeva u okviru prve hiljade, tj. u okviru prve klase. Sada postupak oduzimanja treba proširiti i u okvire sljedećih klasa dekadnog brojevnog sistema. Kao uvodne zadatke koristiti primjere oduzimanja trocifrenih brojeva.

Učenici analiziraju postupak oduzimanja vodeći računa o oba slučaja: bez prelaza i s prelazom dekadne jedinice. Uočavaju što se dobija i kako se zapisuje, uz napomenu da ćemo opisani postupak nastaviti da primjenjujemo i na sljedeće klase (klase višeg reda) kod oduzimanja višecifrenih brojeva.

		·	
	4	7	0
−	1	2	8
	3	4	2

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici na primjerima iz Udžbenika analiziraju postupak pismenog oduzimanja kada je vrijednost cifre umanjenika veća od vrijednosti cifre umanjioca na istoj poziciji i kada je vrijednost cifre umanjenika manja od vrijednosti cifre umanjioca na istoj poziciji.

Napomena: Pokazati na jednom primjeru oduzimanje višecifrenih brojeva. Klasu jedinica umanjenika i umanjioca odabrati tako da to budu umanjenik i umanjilac nekog od uvodnih zadataka. Na primjer, ako je jedan od uvodnih zadataka bio 470 − 128, odabrati umanjenik i umanjilac 653 470 − 61 128.

	·				·	
	6	5	3	4	7	0
−		6	1	1	2	8
	5	9	2	3	4	2

Imamo 0 jedinica i zato moramo da uzmemo jednu deseticu i pretvorimo u 10 jedinica. Možete predložiti učenicima da to „pozajmljivanje“ nekako zabilježe, na primjer da iznad postave tačku da ne bi zaboravili.

Napomena: Preporučujemo da se učenici postupno upoznaju i usvoje prikazani postupak oduzimanja prirodnih brojeva tako da se jasno naznačava što se od čega oduzima i koliko ostaje. Provjeravanje tačnosti razlike obavlja se povezivanjem oduzimanja i sabiranja, tj. sabiranjem razlike i umanjioca dobija se umanjenik.

Aktivnost 2

Učenici uvježbavaju postupak pismenog oduzimanja na zadacima iz Udžbenika i Zbirke.

3.7. Oduzimanje višecifrenih brojeva (2)

UČENICI:

- pismeno oduzimaju višecifrene brojeve
- rješavaju problemske zadatke.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici rade nekoliko primjera oduzimanja od 1 000, kao na primjer: 1 000 − 780, 1 000 − 765, 1 000 − 879.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Napomena: Novi slučaj oduzimanja teži je nego prethodno razmatrani slučajevi, ali u njemu nema ničega principijelno novog. Zbog toga objašnjenje algoritma pismenog oduzimanja učenici mogu dati samostalno na osnovu materijala iz Udžbenika.

Učenici rješavaju uvodni zadatak i shvataju da je u slučaju odsustva jedinica i desetica kod umanjenika potrebno uzeti 1 stotinu i nju pretvoriti prvo u 10 desetica, a zatim od tih 10 desetica jednu pretvoriti u 10 jedinica. Tada imamo 10 jedinica, 9 desetica i smanjujemo broj stotina za 1.

Aktivnost 2

Učenici uvježbavaju postupak pismenog oduzimanja na zadacima iz Udžbenika i Zbirke.

Zadatak 5

Učenici rade zadatak o oduzimanju s propustima, tj. oduzimanje u kojem je odsutna jedna ili nekoliko cifara. Traženje odgovarajućih cifara može se ostvariti sistemskim „pretraživanjem" svih cifara, počev od najmanjeg, ili putem logičkog rasuđivanja. Učenici treba da se uvjere da je drugi način brži i pogodniji. Podsjećaju se povezanosti sabiranja i oduzimanja, te da je rezultate računa moguće provjeriti pomoću suprotne operacije: oduzimanje provjeravamo sabiranjem.

a) **2**3 **2**46	Provjera: 16 518	b) **1**5 **6**8**0**	Provjera: 8 283	c) **38 1**35	Provjera: 37 846
− **6** 7**2**8	+ 6 728	− **7** 397	+ 7 397	− 28**9**	+ 289
16 51**8**	23 246	8 2**8**3	15 680	37 8**4**6	38 135

3.8. Zavisnost zbira od promjene sabiraka. Nepromjenljivost zbira

UČENICI:

- objašnjavaju zavisnost zbira od jednog ili od oba sabirka
- objašnjavaju stalnost zbira ako se jedan sabirak poveća a drugi smanji za isti broj
- koriste stalnost zbira kao jednu olakšicu prilikom izračunavanja zbira.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Kao uvodni zadatak može se koristiti popunjavanje tabele za izračunavanje zbira na osnovu koga bi učenici mogli da uoče i shvate da se zbir povećava (tj. raste) ako se povećavaju (tj. rastu) sabirci. Posmatranjem tabele u suprotnom smjeru može da se uoči da se zbir smanjuje, odnosno opada ako se sabirci smanjuju, tj. opadaju.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici rješavaju uvodni zadatak iz Udžbenika i shvataju da se pri povećanju jednog od sabiraka zbir povećava, a pri smanjenju jednog od sabiraka i zbir se smanjuje.

Na osnovu asocijativnosti sabiranja i pravila oduzimanja broja od zbira, učenici izvršavaju potrebno uopštavanje.

Ako je $a + b = c$, onda je $(a + n) + b = a + (b + n) = (a + b) + n = c + n$, tj.

Ako se sabirak poveća za $\boldsymbol{n}$, onda se i zbir poveća za $\boldsymbol{n}$.

Ako je $a + b = c$, onda je $(a - n) + b = a + (b - n) = (a + b) - n = c - n$, tj.

Ako se sabirak smanji za $\boldsymbol{n}$, onda se i zbir smanji za $\boldsymbol{n}$.

Aktivnost 2: Zadaci 1, 2, 3 i 4

Učenici samostalno rješavaju zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 3: Vježba

Napomena: Na kraju časa moguća je desetominutna vježba radi provjere naučenog.

1. Ako je $a + b = 89\,543$, izračunaj:

   a) $(a + 746) + b$;   c) $(a + 4\,678) + (b - 3\,789)$;

   b) $a + (b - 4\,758)$;   d) $(a - 567) + (b - 1\,200)$.

2. Zbir dva broja je 6 750. Izračunaj što će biti sa zbirom ako se:

   a) jedan sabirak poveća za 1 400.

   b) jedan sabirak smanji za 2 569.

   c) jedan sabirak smanji za 5 670, a drugi poveća za 3 654.

Aktivnost 4: Uvodni zadatak i zadatak 5

Napomena: Učenicima je poznata stalnost zbira prve hiljade. Sada to treba proširiti na cio skup prirodnih brojeva. Kao uvodni primjer može se koristiti primjer iz Udžbenika.

Nakon izrade zadatka, učenici dolaze do zaključka da:

Vrijednost zbira se ne mijenja ako se jedan sabirak poveća, a drugi smanji za isti broj.

Ovo pravilo naziva se STALNOST ZBIRA.

Aktivnost 5: Zadaci 6 i 7

Učenici koriste stalnost zbira kao olakšicu prilikom izračunavanja zbira.

3.9. Zavisnost razlike od promjene umanjenika i umanjioca. Nepromjenljivost razlike

UČENICI:

- objašnjavaju razlike od umanjenika ili umanjioca
- objašnjavaju stalnost razlike ako se umanjenik i umanjilac uslovno mijenjaju
- koriste stalnost razlike kao jednu olakšicu prilikom izračunavanja razlike.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Kao uvodni zadatak može se koristiti popunjavanje tabele, ovoga puta za izračunavanje razlike, na osnovu čega bi učenici mogli da uoče i shvate da:

- ako se umanjenik povećava, onda se povećava i razlika;

- ako se umanjenik smanjuje, onda se smanjuje i razlika;
- ako se umanjilac povećava, onda se razlika smanjuje;
- ako se umanjilac smanjuje, onda se razlika povećava.

a	*b*	*a − b*
2 015	115	
2 015 + 862	115	
2 015 − 568	115	
2 015 + 2 002	115	

a	*b*	*a − b*
2 015	115	
2 015	115 + 281	
2 015	115 − 87	
2 015	115 − 108	

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici rješavaju uvodni zadatak iz Udžbenika.

Aktivnost 2: Zadaci 1 i 2

Učenici samostalno rješavaju zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 3: Vježba

Napomena: Na kraju prvog časa moguća je desetominutna vježba s povratnom informacijom.

1. Ako je $a - b = 3\,678$, izračunaj:

   a) $(a - 1\,456) - b$; b) $(a + 2\,123) - b$; c) $a - (b - 2\,456)$; d) $a - (b + 897)$.

2. Razlika dva broja je 200 564. Izračunaj što će biti s razlikom ako se:

   a) umanjenik poveća za 3 045.

   b) umanjilac smanji za 5 789.

   c) umanjilac poveća za 77 777.

   d) umanjenik smanji za 4 899.

Aktivnost 4: Uvodni zadatak i zadatak 3

Napomena: Drugi čas posvetiti stalnosti razlike i korišćenju ovog svojstva kao olakšicu u računanju. Učenici rade uvodni zadatak iz Udžbenika.

Nakon izrade zadatka, učenici dolaze do zaključka da:

Vrijednost razlike se ne mijenja ako se umanjenik i umanjilac povećaju ili smanje za isti broj.

Ovo pravilo naziva se STALNOST RAZLIKE.

3.10. Jednačine u vezi sa sabiranjem i oduzimanjem

UČENICI:

- koriste ranije usvojene pojmove: jednakost, tačna ili netačna jednakost
- koriste ranije usvojene pojmove: jednačina i rješenje jednačine
- primjenjuju povezanost sabiranja i oduzimanja u rješavanju jednostavnih jednačina
- rješavaju jednačine oblika $a + x = b$, $a - x = b$ i $x - a = b$.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju što je izraz i jednakost. Posmatraju neke primjere jednakosti:

1) $5 + 8 = 13$; 2) $25 + a = 31$; 3) $x - 37 = 13$; 4) $79 - x = 15$.

U odnosu na znak „=“, postoji lijeva i desna strana jednakosti. Ako je lijeva strana jednaka desnoj, kažemo da je jednakost tačna.

Napomena: Znak jednakosti u sadašnjem obliku smislio je matematičar Robert Rekord (1510–1558) u svom radu *The Whetstone of Witte* (1557). Simbol Rekorda nije se proširio dalje odmah. U kontinentalnoj Evropi, znak „=“uveo je Lajbnic tek na prelazu između XVII i XVIII vijeka, tj. više od 100 godina nakon smrti Roberta Rekorda, koji ga je prvi koristio.

Za jednakosti koje sadrže i nepoznatu, na primjer:

1) $25 + a = 31$; 2) $x - 37 = 13$; 3) $79 - x = 15$,

tačnost zavisi od vrijednosti nepoznate. Ovo su uslovne jednakosti ili jednačine.

Za navedene primjere učenici mogu i usmeno odrediti vrijednosti nepoznate za koju je jednakost tačna.

1) $25 + a = 31$, nepoznat sabirak $a = 6$, jer $25 + 6 = 31$;

2) $x - 37 = 13$, nepoznat umanjenik $x = 50$, jer je $50 - 37 = 13$;

3) $79 - x = 15$, nepoznat umanjilac $x = 64$, jer je $79 - 64 = 15$.

Vrijednost nepoznate za koju je jednakost tačna nazivamo rješenje jednačine.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici rade uvodni zadatak iz Udžbenika.

Napomena: Primjer s vagom pomaže u shvatanju i razumijevanju određenih matematičkih zakonitosti na očigledan način.

Aktivnost 2: Zadaci 2, 3 i 4

<table>
<tr><td>a</td><td>b</td></tr>
<tr><td colspan="2">x</td></tr>
</table>

Učenici rješavaju zadatke iz Udžbenika i podsjećaju se nekih jednostavnijih oblika jednačina. To su jednačine oblika $a + x = b$, $a - x = b$ i $x - a = b$. Učenici rješavaju ove jednačine na osnovu uzajamne povezanosti suprotnih operacija, sabiranja i oduzimanja, što se može i grafički prikazati.

Napomena: Obratite pažnju da se u Udžbeniku i Priručniku koristi termin *nepoznata*. Često se, inače, koriste i drugi termini, kao, na primjer, promjenljiva. Mi savjetujemo da se dosljedno koristi upravo termin nepoznata. Promjenljiva je više vezana za pojam funkcije. Međutim, nastavnik može da pomene da se, osim termina *nepoznata*, ponekad koriste i drugi termini, kako učenici ne bi bili u zabuni ukoliko se odluče da konsultuju i neku drugu literaturu.

3.11. Nejednačine u vezi sa sabiranjem i oduzimanjem

UČENICI:

- podsjećaju se pojmova nejednakost i nejednačina, rješenje nejednačine
- rješavaju nejednačine oblika $x + a < b$, $x + a > b$, $x - a < b$, $x - a > b$ na osnovu rješavanja odgovarajuće jednačine i zapisuju rješenje koristeći vitičaste zagrade {}
- sagledavaju svojstva računskih operacija pri rješavanju nejednačina
- sagledavaju funkcionalne zavisnosti rezultata operacija od komponenti.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju pojmova „nejednakost“, „nejednačina“ i „rješenja nejednačine“ na primjerima koji su napisani na tabli:

1) $5 < 8$;   2) $x < 5$;   3) $5 + x < 14$;   4) $x - 2 > 7$.

Nejednakosti mogu da budu tačne ili netačne. Na primjer: $5 < 8$ tačna je nejednakost, a nejednakost $5 > 10$ nije tačna. Nejednakosti koje sadrže nepoznatu mogu biti tačne ili netačne u zavisnosti od vrijednosti koju uzima nepoznata. Na primjer: u nejednakosti $x < 5$,

kad x ima vrijednost	**nejednakost postaje**	**i ona je**
0	$0 < 5$	tačna
1	$1 < 5$	tačna
2	$2 < 5$	tačna
3	$3 < 5$	tačna
4	$4 < 5$	tačna
5	$5 < 5$	netačna
6	$6 < 5$	netačna
7	$7 < 5$	netačna

Tačnost nejednakosti koja sadrži nepoznatu je uslovna, odnosno zavisi od vrijednosti nepoznate. Kad u nejednakosti određujemo sve one vrijednosti x (ili neko drugo slovo: m, n, p... koje se koristi za označavanje nepoznate) za koje je ona tačna, tada tu nejednakost zovemo **nejednačina.** Vrijednosti za koje ta nejednakost postaje tačna, nazivaju se **rješenja nejednačine**. **Riješiti nejednačinu** znači odrediti sve vrijednosti nepoznate za koje je nejednakost tačna. Učenici saznaju da sva rješenja nejednačine nazivaju **skupom rješenja nejednačine** i rješenja zapisuju unutar vitičastih zagrada {}. Nejednačina je riješena kada je određen skup rješenja za koje je zadata nejednakost tačna.

Aktivnost 1: Primjeri 1, 2, 3 i 4

Napomena: Učenici su ranije rješavali nejednačine sa sabiranjem i oduzimanjem tako što su birali brojeve i provjeravali tačnosti date nejednakosti za taj broj. Sada traže analogiju s rješavanjem jednačina i koriste zavisnost rezultata određene operacije od promjene njenih komponenti. Potrebno je obnoviti zavisnost između rezultata i komponenti prije rješavanja nejednačina sa sabiranjem i oduzimanjem. To su:

- zbir se mijenja isto onako kako se mijenjaju sabirci
- razlika se mijenja isto onako kako se mijenja umanjenik
- razlika se mijenja suprotno od promjene umanjioca.

Učenici proučavaju rješenje nejednačine $x + 2 < 8$ iz Udžbenika. Učenici shvataju uslove koje sadrži nejednačina i postupak rješavanja. Nakon toga primjenjuju usvojeni algoritam rješavanja nejednačina na primjeru 2 koji rade samostalno.

Na primjeru 3 učenici se upoznaju s oznakom praznog skupa rješenja nejednačine, a na primjeru 4 saznaju da nejednačina može da ima kao rješenje cio skup $\mathbb{N}_0$.

Aktivnost 2: Primjer 5

Napomena: Pri rješavanju nejednačina s oduzimanjem učenici se srijeću s određenim ograničenjima.

Tako u skupu prirodnih brojeva nepoznati umanjenik ne može biti manji od umanjioca, pa stoga rješenja ne mogu biti svi brojevi manji od izračunatog (pri rješavanju odgovarajuće jednačine).

Učenici proučavaju rješavanje nejednačine $x - 15 < 6$ iz Udžbenika. Nakon toga rješavaju nejednačinu $x - 10 > 19$ na tabli. Formulišu opšti zaključak da rješenje nejednačine oblika:

$\boldsymbol{x - a > b}$ je svako $\boldsymbol{x > b + a}$.

Aktivnost 3: Primjer 6

Učenici proučavaju rješenja nejednačina s nepoznatim umanjiocem. Shvataju da se razlika mijenja suprotno od promjene umanjioca, tako da se i znak nejednakosti mijenja.

Nepoznati umanjilac ne može biti veći od umanjenika, pa zbog toga rješenja ne mogu biti svi brojevi veći od izračunatog (pri rješavanju odgovarajuće jednačine).

Oblast: ARITMETIKA I ALGEBRA

Tema: Množenje i dijeljenje u skupu prirodnih brojeva

UČENICI:

- ponavljaju i primjenjuju znanja o množenju i dijeljenju koja su stečena u prethodnim razredima
- pismeno množe dva broja
- pismeno dijele dva broja i određuju ostatak kad brojevi nijesu djeljivi
- primjenjuju operacije množenja i dijeljenja u skupu $\mathbb{N}_0$
- primjenjuju komutativnost i asocijativnost množenja, kao i distributivnost množenja i dijeljenja prema sabiranju i oduzimanju u skupu $\mathbb{N}$
- primjenjuju zavisnost proizvoda i količnika od promjene jedne ili dvije komponente
- koriste ranije usvojenu potrebnu terminologiju, pravilno zapisuju odgovarajuće izraze i relacije
- rješavaju jednačine s množenjem ili dijeljenjem
- rješavaju jednostavne nejednačine u vezi s množenjem
- primjenjuju osnovne zakone i druga svojstva množenja i dijeljenja i uočavaju moguće olakšice radi lakšeg i bržeg računanja.

4.1. Množenje u skupu $\mathbb{N}_0$

UČENICI:

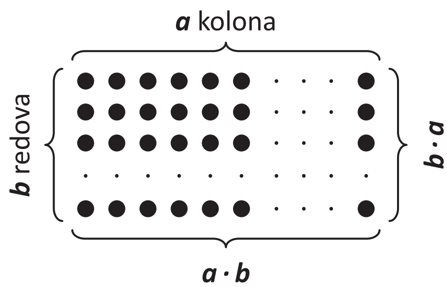
- ponavljaju i primjenjuju znanja o množenju stečena u prethodnim razredima i znaju da usvojeno važi za sve prirodne brojeve
- koriste terminologiju u vezi s množenjem
- primjenjuju svojstva operacije množenja: komutativnost i asocijativnost
- koriste svojstva operacije množenja kao jednostavniji put prilikom rješavanja zadataka
- znaju osobine 0 i 1 pri množenju.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost: Uvodni zadatak, zadaci 1, 2, 3 i 4

Učenici se podsjećaju na smisao operacije množenja kao dogovorno kraćeg zapisivanja zbira jednakih sabiraka. Imenuju komponente i rezultat operacije množenja i podsjećaju se što svaki činilac u proizvodu pokazuje.

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.



Aktivnost 1: Uvodni zadatak, zadaci 5 i 6

Napomena: Učenici proširuju na brojeve prve hiljade stečena znanja o komutativnosti kao osobini množenja, s tim što ne usvajaju termin *komutativnost*, već govore o zamjeni mjesta činilaca.

Tačnost jednog od osnovnih zakona koji važe za množenje, komutativnost množenja, za dva konkretna činioca može se prikazati grafički, tj.: $\boldsymbol{a \cdot b = b \cdot a}$.

Napomena: Zapisanu formulu, odnosno jednakost, možemo interpretirati ovako: „Proizvod se neće promijeniti ako činioci uzajamno zamijene svoja mjesta."

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 2: Uvodni zadatak, zadaci 7 i 8

Učenici analiziraju uvodni primjer u Udžbeniku i zaključuju da združivanje činilaca važi za bilo koje prirodne brojeve, te da se to svojstvo može zapisati u obliku $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot c) \cdot b$. Smisao ove jednakosti možemo izraziti na različite načine:

- Vrijednost proizvoda nekoliko brojeva ne zavisi od redosljeda operacija.
- Proizvod tri činioca neće se promijeniti ako pomnožimo bilo koja dva činioca, pa dobijeni proizvod pomnožimo trećim činiocem.

Napomena: Važno je da učenici izraze smisao jednakosti svojim riječima.

Vrijednost proizvoda ne zavisi od redosljeda činilaca i redosljeda operacija.

Napomena: Ova formulacija lako se pamti i pogodna je pri rješavanju primjera. Izražava smisao naučenih svojstava: „ne zavisi od redosljeda činilaca“ predstavlja suštinu svojstva zamjene činilaca, a „ne zavisi od redosljeda operacija“ predstavlja svojstvo združivanja činilaca.

Aktivnost 3: Uvodni zadatak, zadatak 9

Učenici navode primjere kada se broj 1 ili 0 pojavljuju kao sabirak više puta, zapisuju zbir u obliku proizvoda i izračunavaju vrijednost zbira (proizvoda). Primjeri navode učenike do mogućih uopštenja:

$$\underbrace{1 + 1 + 1 + \ldots + 1}_{a \text{ sabiraka}} = a \cdot 1 = a \qquad \underbrace{0 + 0 + 0 + \ldots + 0}_{a \text{ sabiraka}} = a \cdot 0 = a$$

Međutim, ako je $1 \cdot a$, onda proizvod ne možemo – prema usvojenom dogovoru – napisati kao zbir jednakih sabiraka, jer imamo samo jedan sabirak (broj), tj. $1 \cdot a = a$. Slično, ako je $0 \cdot a$, onda a imamo nula puta kao sabirak, tj. $0 \cdot a = 0$.

Aktivnost 4

Učenici usmeno rješavaju sljedeće zadatke:

1. Objasni značenje jednakosti: $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$; $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$.
2. Što možeš da kažeš o dva činioca ako je njihov proizvod jednak 0, 1, 2, 3, 4, 5?
3. Koji broj treba uzeti kao sabirak 150 puta da zbir bude jednak 150?
4. Koji broj treba uzeti kao sabirak 7 puta da zbir bude jednak 0?

Učenici odgovaraju na sljedeća pitanja:

1. Kojim brojem treba pomnožiti bilo koji prirodan broj pa da rezultat bude jednocifren broj koji nije prirodan?
2. Koji broj kao činilac ne mijenja prirodni broj pomnožen njime?

4.2. Množenje dekadnom jedinicom

UČENICI:

- objašnjavaju postupak dijeljenja brojeva sa 10 i 100
- koriste postupak množenja prirodnog broja dekadnom jedinicom
- koriste postupak množenja prirodnog broja višestrukim dekadnim jedinicama
- primjenjuju svojstva množenja
- zaključuju od pojedinačnog prema opštem
- rješavaju tekstualne zadatke.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni zadatak, zadaci 1, 2 i 3

Učenici rade uvodni zadatak i obnavljaju postupak množenja brojeva sa 10 i 100. Shvataju da to može da se proširi i na brojeve veće od 1 000. Nakon toga samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Zadatak 3. *Rješenje:* $(48 : 6) \cdot 100 = 8 \cdot 100 = 800$ km automobil pređe po autoputu.

$(48 : 8) \cdot 100 = 6 \cdot 100 = 600$ km automobil pređe u gradskoj sredini.

Aktivnost 2: Uvodna slika, zadaci 4, 5, 6, 7 i 8

Učenici shvataju da je postupak množenja s većim dekadnim jedinicama sličan postupku množenja brojeva sa 10 i 100. Zaključuju da se prirodan broj množi nekom dekadnom jedinicom tako što mu se sa desne strane dopiše onoliko nula koliko ih ima ta dekadna jedinica.

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 3: Zadatak 9

Učenici se podsjećaju različitog načina zapisivanja višestrukih dekadnih jedinica:

6 hiljada = 6 H = $6\,000 = 6 \cdot 1\,000$,

6 miliona = 6 M = $6\,000\,000 = 6 \cdot 1\,000\,000$.

Napomena: Za objašnjavanje postupka množenja višestrukih dekadnih jedinica jednocifrenim ili dvocifrenim brojevima možemo da koristimo asocijativnost množenja. Na primjer:

$7 \cdot 20 = \underline{7 \cdot (2 \cdot 10) = (7 \cdot 2) \cdot 10 = 14 \cdot 10} = 140$,

$6 \cdot 700 = \underline{6 \cdot (7 \cdot 100) = (6 \cdot 7) \cdot 100} = 4\,200$,

$56 \cdot 300 = \underline{56 \cdot (3 \cdot 100) = (56 \cdot 3) \cdot 100 = 168 \cdot 100} = 16\,800$.

Na osnovu urađenih primjera uopštiti i iskazati postupak, odnosno algoritam množenja višestrukom dekadnom jedinicom: Množimo jednocifrenim početkom, pa proizvodu dopišemo onoliko nula koliko ih ima višestruka dekadna jedinica kojom množimo. Ekonomičnosti radi, obično izostavljamo zapise onih koraka, koji su u urađenim primjerima podvučeni.

Učenici uvježbavaju postupak množenja višestrukom dekadnom jedinicom na sličnom zadatku 9 iz Udžbenika.

Aktivnost 4: Zadaci 10, 11, 12 i 13

Učenici samostalno rješavaju zadatke iz Udžbenika.

4.3. Množenje jednocifrenim brojem

UČENICI:

- koriste postupak pismenog množenja višecifrenog broja jednocifrenim
- rješavaju tekstualne zadatke uz zapisivanje odgovarajućih izraza.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Iz prethodnih razreda poznato je množenje jednocifrenih brojeva i množenje dvocifrenih i trocifrenih brojeva jednocifrenim. Sada treba proširiti postupak množenja za brojeve veće od 1 000.

Učenici rade uvodne zadatke koji se odnose na množenje višestrukih dekadnih jedinica jednocifrenim brojem i podsjećaju se svojstva distributivnosti množenja prema sabiranju. Na primjer:

1. Izračunaj: 1) $7 \cdot 8$; 2) $7 \cdot 40$; 3) $500 \cdot 7$; 4) $90\,000 \cdot 7$.
2. Dati broj napiši u obliku zbira višestrukih dekadnih jedinica:

   986 = ________________________,

   32 986 = ________________________.
3. Iznad crte upiši broj koji nedostaje, tako da jednakost bude tačna:

   $986 \cdot 7 =$ _____ $\cdot\, 7 + 80 \cdot 7 +$ __ $\cdot\, 7$,

   $32\,986 \cdot 7 = 30\,000 \cdot$ ___ $+$ ______ $\cdot\, 7 +$ _____ $\cdot\, 7 + 80 \cdot 7 +$ __ $\cdot\, 7$.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Napomena: Način pismenog množenja brojeva koji mi sada koristimo, predložio je 1580. godine holandski matematičar i inženjer Simon Stevin. Upravo njemu pripada ideja zapisivanja brojeva pri množenju po klasama. Zapravo, Stevin nije smislio ništa novo, jer su sličan način množenja imali još Arapi.

Učenici obnavljaju svojstvo množenja zbira brojem na primjerima množenja trocifrenog i jednocifrenog broja: trocifreni broj rastavi se na zbir stotina, desetica i jedinica, zatim se svaki sabirak množi jednocifrenim brojem, a na kraju se njihovi proizvodi saberu.

Učenici se podsjećaju da trocifreni broj možemo da pomnožimo jednocifrenim i vertikalnim postupkom, koji nazivamo *pismeni postupak množenja*. Učenici proučavaju iz Udžbenika detaljno objašnjenje postupka pismenog množenja. Shvataju da, za razliku od usmenog postupka, pismeno množenje počinje od jedinica. Kod zapisivanja rezultata treba voditi računa o tome da se jedinice pišu ispod jedinica, desetice ispod desetica, a stotine ispod stotina itd.

Aktivnost 2

Učenici isti postupak množenja primjenjuju na veće brojeve. Slijedi uvježbavanje na primjerima u Udžbeniku i zadacima koje nastavnik pripremi.

4.4. Množenje dvocifrenim brojem

UČENICI:

- množe prirodni broj višestrukom deseticom
- koriste postupak pismenog množenja višecifrenog broja dvocifrenim
- upoznaju jedan starinski način množenja
- pismeno množe dvocifrenim brojem u skupu prirodnih brojeva
- rješavaju tekstualne zadatke uz zapisivanje odgovarajućih izraza.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Kao uvodne zadatke koristiti primjere množenja višecifrenog broja jednocifrenim brojem i množenje brojem 10. Na primjer:

1. Izračunaj: a) $7\,894 \cdot 6$; b) $4\,567 \cdot 10$; c) $67\,820 \cdot 10$.
2. Izrazi deseticama: a) 345 270 = ________ D; b) 986 000 = _____________ D.
3. Usmeno izračunaj: $30 \cdot 15$; $40 \cdot 28$; $50 \cdot 39$; $76 \cdot 60$.

Učenici se podsjećaju postupka množenja višestrukom deseticom: višestruka desetica zapisuje se kao proizvod jednocifrenog broja i desetice, i primjenjuje se svojstvo združivanja činilaca. Tako se postupak svodi na množenje jednocifrenim brojem i brojem 10. Na primjer:

$$89\,345 \cdot 70 = (89\,345 \cdot 7) \cdot 10 = 625\,415 \cdot 10 = 6\,254\,150$$

Dakle, učenici zaključuju da višecifreni broj množimo cifrom desetica, pa proizvodu dopišemo jednu nulu.

Napomena: Učenici treba da urade nekoliko sličnih primjera, i to na izloženi način. U daljem radu, podvučeni dio zapisa postupka množenja višecifrenog broja višestrukom deseticom izostavlja se, ali se podrazumijeva.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak, zadaci 1 i 2

Učenici se upoznaju s postupkom pismenog množenja dvocifrenim brojevima koji je detaljno objašnjen u Udžbeniku.

Aktivnost 2: Zadatak 3

Napomena: Da bismo usvojili množenje višecifrenih brojeva, potrebno je znati tablicu množenja i umjeti sabirati brojeve. U suštini, sva poteškoća leži u tome kako da se pravilno postave prelazni rezultati množenja (parcijalni proizvodi). U nastojanju da se olakša izračunavanje, ljudi su smislili mnogo načina množenja brojeva. U istoriji matematike poznato je oko 30 načina množenja, koji se razlikuju ili šemom zapisa ili tokom računanja.

Učenici se podsjećaju na jedan stari način množenja koji je opisao Muhamed al Horezmi u svojoj knjizi „O indijskim brojevima“. Indusi su od davnina poznavali dekadni sistem i davali prednost usmenom računu nad pismenim. Oni su izmislili nekoliko načina brzog množenja. Kasnije su te metode pozajmili Arapi, i od njih su se ovi načini preselili i u Evropu.

Napomena: Nedostatak ovog postupka sastoji se u složenosti pripreme pravougaone tabele, iako proces popunjavanja tabele liči na igru.

Aktivnost 3: Zadatak 4

Napomena: „Alisa u zemlji čuda“, knjiga engleskog matematičara, pjesnika i pisca Čarlsa Latvidža Dodžsona (pod pseudonimom Luis Kerol), preporučena je kao lektira za 5. razred. U knjizi se priča o djevojčici po imenu Alisa, koja propada kroz zečju rupu u imaginarni svijet s čudnim stvorenjima. Knjiga se smatra jednim od najboljih djela književnosti u žanru apsurda. U njoj se koriste brojne matematičke, jezičke i filozofske šale i aluzije.

Aktivnost 4: Zadatak 6

Zadatak 6. *Uputstvo*:

1) Određujemo cifru jedinica drugog činioca. To je 3, zbog toga što je $8 \cdot 3 = 24$. Znači, cifra desetica prvog činioca je 0.
2) Određujemo cifru desetica drugog činioca.

Budući da pri množenju 8 i 5 dobijamo 40, znači – cifra desetice je 5.

3) Sada pomnožimo brojeve.

				6	**0**	8	·	**5**	**3**		
			1	**8**	2	4					
	+	**3**	**0**	4	0						
		3	**2**	**2**	**2**	**4**					

Aktivnost 5: Zadatak 7

Učenici se upoznaju s postupkom usmenog množenja s brojem 11.

4.5. Množenje trocifrenim brojem

UČENICI:

- koriste postupak pismenog množenja višecifrenog broja trocifrenim
- rješavaju tekstualne zadatke uz zapisivanje odgovarajućih izraza.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni zadatak, zadaci 1 i 2

Učenici se upoznaju s postupkom pismenog množenja trocifrenim brojevima koji je detaljno objašnjen u Udžbeniku.

Aktivnost 2

Napomena: Uraditi primjer iz Udžbenika u kome je objašnjeno kraće zapisivanje postupka množenja trocifrenim brojem koji sadrži nulu na mjestu desetica i kraće zapisivanje kad su posljednje cifre jednog činioca nule.

Učenici uvježbavaju na sličnim primjerima iz Udžbenika.

Aktivnost 3: Zadatak 6

Učenici se upoznaju s usmenim postupkom množenja trocifrenog broja sa 101.

4.6. Proizvod jednakih činilaca

UČENICI:

- koriste kraće zapisivanje proizvoda jednakih činilaca u obliku stepena
- izračunavaju vrijednosti stepena – množenje jednakih činilaca
- znaju da nađu kvadrat i kub prirodnog broja
- računaju vrijednosti brojevnih izraza koji sadrže stepene prirodnih brojeva.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni primjer, zadaci 1, 2, 3 i 4

Napomena: Savremeni zapis uveo je Rene Dekart u svojoj knjizi „Geometrija“ (1637). Zanimljivo je da Dekart nije to koristio prilikom pisanja proizvoda dva jednaka činioca, jer je mislio da $a \cdot a$ ne zauzima više prostora od a^2. Njemački naučnik Lajbnic primjenjivao je zapis a^2 smatrajući neophodnim primjenu iste simbolike za sve zapise proizvoda jednakih činilaca.

Učenici proučavaju uvodni primjer u Udžbeniku i upoznaju se s kraćim zapisivanjem proizvoda jednakih činilaca u obliku stepena.

Napomena: Stepen objasniti kao jedinstvenu cjelinu zapisa, bez usvajanja pojmova *izložilac* i *osnova stepena*.

Aktivnost 2: Zadaci 5, 6 i 7

Učenici traže kvadrate i kubove brojeva.

Aktivnost 3: Zadaci 8, 9 i 10

Napomena: Izračunavanje vrijednosti stepena koristiti za uvježbavanje množenja u skupu $\mathbb{N}$.

Aktivnost 4: Vježba

Napomena: Na kraju časa moguća je kraća vježba s povratnom informacijom.

1. Napiši u obliku stepena:

   a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 =$ _______, b) $8 \cdot 8 \cdot 8 =$ _____, c) $4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 =$ _____.

2. Izračunaj:

   a) $12^2 =$ ________, b) $14^2 =$ ________,

   c) $5^3 =$ ________, d) $25^2 =$ ________.

3. Izračunaj vrijednost izraza:

   a) $10^2 \cdot 2^5 =$ ________, b) $10^4 \cdot 6^3 =$ ________,

   c) $3^3 \cdot 10^5 =$ ________, d) $13^2 \cdot 10^6 =$ _______.

4. Postoji jedan prirodni broj čiji su svi stepeni jednaki njemu samom. Koji je to broj?

5. Koliko je najmanje puta potrebno pomnožiti broj 2 samim sobom da bi se dobio broj veći od hiljade? $(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 ...)$

Aktivnost 5: Zadaci 11 i 12

Zadatak 12. a) ima dva rješenja: $11^2 = 121$ i $19^2 = 361$; b) $36^2 = 1\,296$; c) $47^2 = 2\,209$.

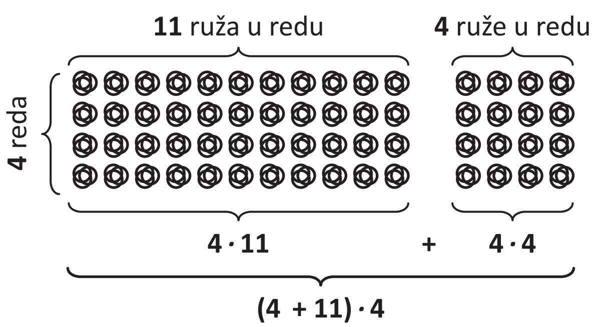
4.7. Množenje zbira i razlike

UČENICI:

- primjenjuju ranije stečena znanja o množenju zbira i razlike i razumiju da ovi zakoni važe u skupu $\mathbb{N}$
- izračunavaju vrijednosti izraza s dvije operacije na dva načina
- izdvajaju zajednički činilac kao moguću olakšicu za izračunavanje vrijednosti izraza.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni zadatak, zadaci 1, 2, 3, 4 i 5



Učenici rješavaju uvodni zadatak iz Udžbenika i zaključuju da se u oba slučaja dobija ista vrijednost izraza.

Napomena: Množenje zbira i razlike, odnosno distributivnost množenja prema sabiranju i oduzimanju, možemo prikazati i grafički: $(11 + 4) \cdot 4 = 11 \cdot 4 + 4 \cdot 4$,

tj. $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$.

Napomena: Nastavnik obavještava učenike da dobijena jednakost predstavlja svojstvo distributivnosti množenja prema sabiranju. Svojstvo distributivnosti množenja pokazuje kako množimo zbir brojem, tj. kao da „distribuiramo“ sabirke činiocu. Zatim učenici izražavaju svojim riječima svojstvo distributivnosti množenja prema sabiranju.

Korisno je učenicima ukazati da:

ako je $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$, onda je $a \cdot c + b \cdot c = (a + b) \cdot c$, i

ako je $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$, onda je $a \cdot c - b \cdot c = (a - b) \cdot c$,

tj. sada obrnuti postupak, da se izdvajanjem zajedničkog činioca zbir ili razlika proizvoda svodi na množenje zbira, odnosno razlike. Dakle, zakon distributivnosti mora se uvježbavati u oba smjera. Na primjer:

$30 \cdot 182 + 30 \cdot 318 = (182 + 318) \cdot 30 = 500 \cdot 30 = 15\,000$;

$12 \cdot 3 \cdot 692 - 192 \cdot 36 = 36 \cdot 692 - 192 \cdot 36 = (692 - 192) \cdot 36 = 500 \cdot 36 = 18\,000$.

Napomena: Prelaz od proizvoda $(a + b) \cdot c$ *i* $(a - b) \cdot c$ ka zbiru $a \cdot c + b \cdot c$ i razlici $a \cdot c - b \cdot c$ naziva se oslobađanjem zagrada. A prelaz od zbira $a \cdot c + b \cdot c$ ka proizvodu $(a + b) \cdot c$ i od razlike $a \cdot c - b \cdot c$ na proizvod $(a - b) \cdot c$ naziva se izdvajanjem zajedničkog činioca ispred zagrade.

Aktivnost 2: Zadaci 6 i 7

Napomena: Rješavanje zadataka o kretanju – tradicionalna je tema školskog kursa matematike. Značaj ove teme određuje se ne samo praktičnom svrsishodnošću u vezi s rasprostranjenošću različitih vidova kretanja u svakodnevnom životu. Zavisnost između veličina pri kretanju konstantnom brzinom dozvoljava korišćenje tabela i grafičku interpretaciju. Zbog toga su pogodne za stvaranje zajedničkog okvira koji opisuje slične procese. Na ovoj osnovi dalje se razvija funkcionalno mišljenje kod učenika i vrši sistematizacija različitih tipova tekstualnih zadataka, što je važan korak u obučavanju za rješavanje tekstualnih zadataka.

Učenici zajedno s nastavnikom rade **zadatke 6** i **7** iz Udžbenika.

Zadatak 6

I način:

Prvo vozilo za sat prosječno prelazi 67 km 500 m = 67 500 m, a za četiri sata prosječno pređe

$$67\,500 \cdot 4 = 270\,000 \text{ m}.$$

Drugo vozilo za sat prosječno prelazi 78 km 300 m = 78 300 m, a za četiri sata prosječno pređe

$$78\,300 \cdot 4 = 313\,200 \text{ m}.$$

Dakle, rastojanje između mjesta A i B je:

$$270\,000 + 313\,200 = 583\,200 \text{ m} = 583 \text{ km } 200 \text{ m}.$$

Zadatak se može kraće zapisati jednom jednakošću:

$$67\,500 \cdot 4 + 78\,300 \cdot 4 = 270\,000 + 313\,200 = 583\,200 \text{ m} = 583 \text{ km } 200 \text{ m}.$$

II način:

U prvom koraku, nakon pretvaranja u iste jedinice, izračunajmo koliko ukupno rastojanje za jedan sat pređu oba vozila:

$$67\,500 + 78\,300 = 145\,800 \text{ m}.$$

U drugom koraku izračunajmo koliko je rastojanje između mjesta A i B:

$$145\,800 \cdot 4 = 583\,200 \text{ m} = 583 \text{ km } 200 \text{ m}.$$

Kraće možemo da zapišemo:

$$(67\,500 + 78\,300) \cdot 4 = 145\,800 \cdot 4 = 583\,200 \text{ m} = 583 \text{ km } 200 \text{ m}.$$

Zadatak 7

I način: $(75\,600 - 63\,300) \cdot 3 = 12\,300 \cdot 3 = 36\,900$ m = 36 km 900 m.

II način: $75\,600 \cdot 3 - 63\,300 \cdot 3 = 226\,800 - 189\,900 = 36\,900$ m = 36 km 900 m.

Napomena: Ako u zadatku nije naglašeno da treba riješiti na dva načina, onda učenik može sâm da bira način koji njemu odgovara.

Aktivnost 3: Zadatak 8

Napomena: Pokazati kako primjenjujući postupak množenja zbira i razlike možemo jednostavnije da izračunamo neke proizvode, na primjer:

$$209 \cdot 11 = 209 \cdot (10 + 1) = 209 \cdot 10 + 209 \cdot 1 = 2\,090 + 209 = 2\,299.$$

Ovakav postupak i tehniku posebno primjenjujemo pri usmenom računanju. Nastavnik treba da obrati pažnju da učenici to uvježbaju i steknu rutinu i automatizam i u usmenom računu.

4.8. Dijeljenje u skupu $\mathbb{N}_0$

UČENICI:

- koriste znanja o dijeljenju stečena u prethodnim razredima i razumiju da usvojeno važi za sve prirodne brojeve
- koriste pojmove *djeljenik*, *djelilac*, *količnik*
- primjenjuju vezu množenja i dijeljenja
- objašnjavaju svojstva dijeljenja: $a : a = 1$, $a : 1 = a$, $0 : a = 0$
- shvataju da se brojem 0 ne dijeli.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni zadatak, zadaci 1, 2, 3 i 4

Učenici rješavaju uvodni zadatak iz Udžbenika, podsjećaju se dijeljenja na jednake djelove i imenuju komponente operacije dijeljenja. Objašnjavaju da je djeljenik broj koji se dijeli, djelilac broj kojim se dijeli, a količnik broj koji se dobija dijeljenjem.

Napomena: Dijeljenje prikazati kao operaciju suprotnu množenju, i to povezati sa izračunavanjem nepoznatog činioca. Tu vezu množenja i dijeljenja iskazati riječima: „Ako je $c \cdot b = a$, onda $a : b = c$, $a : c = b$, (a, $b \in \mathbb{N}$)“, tj. ako se proizvod podijeli jednim činiocem, onda je količnik jednak drugom činiocu.

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 2: Uvodni primjer, zadatak 5

Napomena: Ulogu i svojstva brojeva 0 i 1 kod dijeljenja navesti na konkretnim primjerima, a na osnovu definicije i veze množenja i dijeljenja. Zatim doći do mogućih uopštavanja:

$a : a = 1$, jer je $1 \cdot a = a$, $(a \neq 0)$;

$a : 1 = a$, jer je $1 \cdot a = a$;

$0 : a = 0$, jer je $0 \cdot a = 0$, $(a \neq 0)$;

$a : 0$, nulom ne dijelimo.

U Udžbeniku je dato detaljno objašnjenje zašto se nulom ne dijeli. Ovdje ga nećemo ponavljati, ali savjetujemo nastavniku da dobro proanalizira te navode.

Učenici govorno interpretiraju navedene jednakosti koristeći odgovarajuće termine i značenja:

- ako su djeljenik i djelilac jednaki prirodni brojevi, onda je količnik jednak 1;
- ako je djelilac 1, onda je količnik jednak djeljeniku;
- ako je djeljenik nula, a djelilac prirodni broj, onda je količnik 0;
- nulom ne dijelimo.

Učenici odgovaraju na pitanja:

1. Kada je količnik prirodnih brojeva jednak broju 1?
2. Kada je količnik prirodnih brojeva jednak djeljeniku?
3. Kojim se brojem ne dijeli?

4.9. Usmeno dijeljenje

UČENICI:

- koriste ranije usvojene pojmove: dekadna jedinica i višestruka dekadna jedinica
- primjenjuju djeljivost prirodnog broja dekadnom jedinicom
- usmeno dijele brojeve dekadnim jedinicama
- usmeno dijele višestruke dekadne jedinice
- zaključuju od pojedinačnog prema opštem
- rješavaju tekstualne zadatke.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Napomena: Na osnovu postupka množenja prirodnog broja nekom dekadnom jedinicom, pokazati da se svaki prirodni broj koji se završava nulom, tačnije koji zdesna ima jednu ili više nula, može napisati kao proizvod prirodnog broja i dekadne jedinice, tj. da je djeljiv odgovarajućim dekadnim jedinicama. Kao uvodni zahtjevi mogu se koristiti sljedeći zadaci:

Zadatak 1: Prirodni broj koji se zdesna završava nulama napiši u obliku proizvoda prirodnog broja i dekadne jedinice:

1. 3 450 = ___________
2. 8 700 = ___________
3. 45 000 = _____________
4. 620 000 = ____________

5. 48 000 000 = ____________

6. 90 000 000 = ____________.

Analizom urađenog treba istaći cilj časa.

1) Kako je 3 450 = 345 · 10, to je 3 450 djeljivo sa 10, tj. 3 450 : 10 = 345.

2) Kako je 8 700 = 87 · 100, to je 8 700 djeljivo sa 100 i sa 10.

Zadatak 2: Izračunaj: a) 8 700 : 100; b) 8 700 : 10.

3) Kako je 45 000 = 45 · 1 000, to je 45 000 djeljivo sa 1 000, 100 ili 10.

Zadatak 3: Izračunaj: a) 45 000 : 1 000; b) 45 000 : 100; c) 45 000 : 10.

4) Kako je 620 000 = 62 · 10 000, to je 620 000 djeljivo sa 10 000, 1 000, 100 ili 10.

Zadatak 4: Broj 620 000 podijeli sa 10 000, 1 000, 100 i 10.

5) Slično uraditi i za brojeve 48 000 000 i 90 000 000.

Aktivnost 2: Zadaci 1, 2, 3, 4 i 5

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 3: Zadaci 6, 7 i 8

Učenici obnavljaju izražavanje brojeva u različitim jedinicama brojanja. Na primjer:

5 000 = 500 D = 50 S = 5 H.

Učenici pokušavaju da uspostave analogiju između dijeljenja brojeva koji se završavaju nulama i dijeljenjem uvećanih jedinica brojanja. Odgovaraju na pitanje: „Po čemu su slični, a po čemu se razlikuju izrazi 18 H : 3 H i 18 000 : 3 000?“ Učenici pokušavaju da odrede vrijednosti izraza koji su zapisani na tabli:

8 000 : 2 = 8 H : 2 = ______ 14 000 : 7 = 14 H : 7 = ______

8 000 : 2 000 = 8 H : 2 H = ______ 14 000 : 7 000 = 14 H : 7 H = ______.

Rješavajući zadatak, učenici dolaze do zaključka da postoje dvije vrste zadataka o dijeljenju brojeva koji se završavaju nulama: kada se djeljenik zapisuje uvećanom jedinicom brojanja, i kada se i djeljenik i djelilac zapisuju uvećanom jedinicom brojanja.

Napomena: Učenici pri dijeljenju brojeva koji se završavaju nulama prelaze na uvećanu jedinicu brojanja i izvode algoritam dijeljenja višestrukih desetica jednocifrenim brojem.

Učenici posmatraju uvodnu sliku u Udžbeniku i dolaze do zaključka da se pri dijeljenju uvećanih jedinica brojanja na jednake djelove u odgovoru dobija ista jedinica brojanja kao i u djeljeniku. Odatle slijedi pravilo:

Ako se djeljenik završava nulama, tada je moguće obaviti dijeljenje ne gledajući na nule, a zatim dopisati količniku odbačene nule.

Aktivnost 4: Uvodni zadatak, zadaci 9, 10 i 11

Učenici rješavaju uvodni zadatak i dolaze do zaključka da kada tražimo količinu jednakih djelova, tada prelazak na uvećanu jedinicu brojanja faktički označava odbacivanje i kod djeljenika i kod djelioca jednakog broja nula. Odatle slijedi pravilo:

Ako se i djeljenik i djelilac završavaju nulama, tada je prvo potrebno odbaciti jednak broj nula kod djeljenika i djelioca, a zatim nastaviti dijeljenje.

Napomena: Pri dijeljenju višestrukih desetica metodom prelaska na uvećane jedinice brojanja, najčešća greška učenika sastoji se u zabuni s nulama u odgovoru. Treba preporučiti učenicima da pri rješavanju takvih primjera stalno provjeravaju dijeljenje množenjem.

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Zadatak 11. 3 500 : 50 = 70 sati ostaje u letu zlatni žalar bez hrane i vode.

Napomena: Za pticu zlatni žalar malo ko je čuo, ali za Ginisovu knjigu rekorda čuli su skoro svi. A upravo ptica zlatni žalar bila je prva odrednica te knjige. Na jednoj žurki engleskog visokog društva, ser Hju Biver bio je uključen u raspravu o tome koja od evropskih ptica leti brže od svih: zlatni žalar ili jarebica. Po povratku kući iznenada je odlučio da prikupi informacije o svim nestandardnim rekordima, kao što su takmičenja u brzini leta ptica, i objavi knjigu o tome.

4.10. Dijeljenje jednocifrenim brojem bez ostatka

UČENICI:

- koriste stečena znanja o dijeljenju trocifrenog broja jednocifrenim
- dijele višecifreni broj jednocifrenim.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Napomena: Algoritam pismenog dijeljenja jedna je od najtežih matematičkih tema u osnovnoj školi. Temu dijeljenja posmatramo iz dva dijela: pismeno dijeljenje jednocifrenim brojevima koje se bazira na znanju tablice množenja, i pismeno dijeljenje dvocifrenim brojevima koje zahtijeva odabir cifara količnika korišćenjem procjene.

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju postupka dijeljenja dvocifrenih brojeva jednocifrenim s ostatkom. Na primjer: Kako podijeliti 26 sa 4? Učenici shvataju da je 26 nemoguće podijeliti sa 4 bez ostatka. Prvo, potrebno je naći najveći broj koji je manji od 26, a djeljiv je sa 4. To je broj 24 ($24 = 6 \cdot 4$). Zatim, se traži ostatak: $26 - 24 = 2$. Znači, 26 : 4 = 6 (ost. 2). Radi se provjera: $6 \cdot 4 + 2 = 26$. Tačno je. Ostatak (broj 2) manji je od djelioca (broj 4). Znači, dijeljenje je tačno urađeno.

Učenici dobijaju zadatak da provjere da li je tačno urađeno dijeljenje s ostatkom i isprave eventualne greške:

39 : 6 = 6 (ost. 4)	24 : 6 = 4 (ost. 0)	36 : 4 = 8 (ost. 4)
58 : 7 = 8 (ost. 2)	65 : 8 = 7 (ost. 9)	47 : 8 = 6 (ost. 9)

Nakon toga dijele brojeve s ostatkom: a) 9 : 4; b) 15 : 2; c) 38 : 9; d) 75 : 8; e) 56 : 6.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak, zadaci 1 i 2

Napomena: Učenicima je, iz prethodnih razreda, poznato dijeljenje dvocifrenih i trocifrenih brojeva jednocifrenim brojem. Kao uvodni zadaci mogu se koristiti sljedeći primjeri:

a) 84 : 4; b) 840 : 5; c) 612 : 6; d) 672 : 7.

Potrebnom analizom urađenog i iskazivanjem postupka (propisa, dogovora, algoritma) dijeljenja jednocifrenim brojem – ostvaruje se cilj časa, izračunava se količnik višecifrenog i jednocifrenog broja, pri čemu se iskazani postupak primjenjuje tačno određeni broj puta, koji zavisi od broja cifara djeljenika.

Učenici rade uvodni zadatak iz Udžbenika i formulišu algoritam dijeljenja višecifrenog broja jednocifrenim.

Napomena: Korisno je uputiti učenike da unaprijed određuju koliko će cifara imati količnik u odnosu na djeljenik. Ako je prva cifra djeljenika slijeva jednaka ili veća od djelioca, onda količnik ima isti broj cifara kao i djeljenik. U protivnom, količnik ima jednu cifru manje.

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 2: Zadaci 3, 4 i 5

Učenici proučavaju postupak dijeljenja višecifrenog broja koji ima nule na primjeru iz Udžbenika.

Zadatak 4: Provjeri da je broj 7 560 djeljiv sa svim jednocifrenim brojevima bez ostatka. Pokušaj da nađeš još jedan takav broj.

Komentar: Učenici će lako da podijele broj 7 560 sa svakim jednocifrenim brojem. Nakon toga objasniti da ako je broj djeljiv sa 9, onda je on djeljiv i sa 3; ako je broj djeljiv sa 8, onda je on djeljiv i sa 2 i sa 4; ako je broj djeljiv sa 6, tada je djeljiv i sa 2 i sa 3. Tako možemo da uzmemo proizvod $7 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 8 = 2\,520$.

Aktivnost 3: Zadaci 6 i 7

Učenici proučavaju postupak dijeljenja višecifrenih brojeva jednocifrenim u slučaju kada količnik ima cifru nula u sredini.

Napomena: Slučaj nule u sredini količnika, kao što je dobro poznato nastavnicima, najteži je slučaj pismenog dijeljenja jednocifrenim brojem. Greška kada učenici zaborave da pišu 0 u sredini količnika veoma je česta. **Zadatak 7** u Udžbeniku posvećen je upravo tom tipu greške kod učenika pri korišćenju skraćenog zapisa. Preporučujemo da ovaj zadatak uradite poslije **zadatka 6**.

4.11. Dijeljenje dva dvocifrena broja s ostatkom

UČENICI:

- znaju smisao dijeljenja
- objašnjavaju vezu između operacija množenja i dijeljenja
- ocjenjuju i procjenjuju rezultate aritmetičkih operacija
- primjenjuju *metodu probe* u algoritmu dijeljenja dva dvocifrena broja s ostatkom
- zaključuju da ostatak pri dijeljenju mora biti manji od djelioca.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju smisla dijeljenja: podijeliti broj *a* brojem *b* znači naći takav broj *c* koji pri množenju s brojem *b* daje *a*:

$$a : b = c \Leftrightarrow c \cdot b = a.$$

Nakon toga, učenici rade zadatke zapisane na tabli:

$$72 : 24, \quad 76 : 19, \quad 56 : 28, \quad 36 : 12.$$

Učenici se podsjećaju da kad dijelimo dva dvocifrena broja tada je potrebno odabrati broj, različit od nule, koji pri množenju s djeliocem daje djeljenik. Radi bržeg traženja količnika učenici rade procjenu. Za procjenu uzimaju višestruke desetice pogodne za dijeljenje koje se nalaze blizu datih brojeva. Na primjer, 72 : 24 približno je 70 : 20 = 3 (ost. 10). Znači u odgovoru možemo da dobijamo vrijednost koja se nalazi blizu broja 3, a takve vrijednosti kao 5, 6, 7, 8 i 9 u datom primjeru dobiti ne možemo. Daljom provjerom utvrđuju da li su tačno odredili količnik.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici čitaju uvodni zadatak i upoznaju se s postupkom dijeljenja dva dvocifrena broja s ostatkom. Učenici shvataju da će količnik biti jednocifren broj. Prvo rade procjenu i nalaze „probni“ količnik. Zatim pomnože moguć količnik i djelilac i uporede proizvod s djeljenikom. Shvataju da ne mogu cjelobrojno da podijele dva broja. Podsjećaju se da je pri dijeljenju s ostatkom dobijeni ostatak uvijek manji od djelioca. Učenici izvode algoritam dijeljenja s ostatkom koji može i kratko da izgleda ovako:

$a : b \approx c$	1. Radi se procjena i nalazi se moguć količnik.
$c \cdot b = a_1$	2. Radi se provjera: množenje mogućeg količnika i djelioca.
$a - a_1 = r,\ r < b$	3. Nalazi se ostatak i upoređuje se s djeliocem.
$a = b \cdot c + r$	4. Radi se provjera: djeljenik = djelilac · količnik + ostatak.

Aktivnost 2

Učenici uvježbavaju postupak dijeljenja dva dvocifrena broja s ostatkom na zadacima iz Udžbenika.

4.12. Dijeljenje dvocifrenim brojem bez ostatka (1)

UČENICI:

- primjenjuju metodu probe u postupku dijeljenja dvocifrenih brojeva
- dijele višecifren broj dvocifrenim brojem bez ostatka
- primjenjuju metod probe u postupku dijeljenja višecifrenih brojeva
- dijele višestrukom dekadnom jedinicom
- koriste vezu množenja i dijeljenja kao suprotnih operacija.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju dijeljenja dvocifrenog broja dvocifrenim i rade sljedeće zadatke:

1. Provjeri jednakosti pomoću množenja:

   a) $68 : 17 = 4$; b) $75 : 15 = 5$; c) $140 : 28 = 5$.

2. Nađi količnik brojeva metodom probe:

   a) $63 : 21$; b) $72 : 18$; c) $92 : 23$; d) $98 : 14$; e) $74 : 37$.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak, zadaci 1, 2 i 3

Napomena: Kao uvodne zadatke koristiti primjere dijeljenja višecifrenog broja jednocifrenim i provjere tačnosti količnika. Na primjer: Izračunaj i provjeri tačnost količnika $2\,583 : 7$.

Učenici rade uvodni primjer iz Udžbenika u kome je svaki korak dijeljenja dvocifrenim brojem detaljno objašnjen.

Aktivnost 2: Uvodni primjer, zadatak 4

Učenici upoznaju postupak dijeljenja trocifrenog broja dvocifrenim u slučaju kada je dobijeni količnik jednocifreni broj. Prvo učenici pokušavaju da podijele broj 228 sa 38 postupno birajući odgovor:

$38 \cdot 1 = 38$, $38 < 228$; znači, 1 ne odgovara;

$38 \cdot 2 = 76$, $76 < 228$; znači, 2 ne odgovara;

$38 \cdot 3 = 114$, $114 < 228$; znači, 3 ne odgovara;

$38 \cdot 4 = 152$, $152 < 228$; znači, 4 ne odgovara;

$38 \cdot 5 = 190$, $190 < 228$; znači, 5 ne odgovara;

$38 \cdot 6 = 228$; znači $228 : 38 = 6$.

Odgovor može da se pronađe i brže ako urade procjenu. Učenici proučavaju postupak procjene koji se naziva metod probe, a koji je detaljno opisan u Udžbeniku.

Aktivnost 3: Uvodni primjer, zadatak 5

Napomena: Kada djelilac predstavlja višestruku dekadnu jedinicu, a i djeljenik se završava nulama tada prvo skratimo jednak broj nula u djeljeniku i djeliocu, a onda podijelimo dobijene brojeve. U Udžbeniku su urađeni primjeri, u kojima se djelilac završava jednom nulom i tada izostavljanjem nula dobijamo dijeljenje jednocifrenim brojem.

Učenici samostalno rade zadatak 5.

4.13. Dijeljenje dvocifrenim brojem bez ostatka (2)

UČENICI:

- dijele višecifreni broj dvocifrenim
- objašnjavaju dijeljenje dvocifrenim brojem sa cifrom 0 u količniku.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni zadatak, zadaci 1, 2 i 3

Napomena: Čas treba posvetiti daljem uvježbavanju postupka dijeljenja u kome je djeljenik nešto veći broj. U uvodnom primjeru opisan je detaljan postupak dijeljenja, korak po korak, koji učenik treba da opiše uz nastavnikovu pomoć.

Dok rade uvodni zadatak, učenici zapisuju niz koraka koji uključuje postupak pismenog dijeljenja:

1. Izdvajaju prvi nepotpun djeljenik i objašnjavaju koje vrijednosti cifara oni označavaju.
2. Određuju broj cifara u količniku.
3. Biraju prvu cifru količnika (prvi nepotpun količnik).
4. Množe djelilac i nepotpun količnik.
5. Oduzimaju dobijeni rezultat od nepotpunog djeljenika i nalaze ostatak.
6. Spuštaju sljedeću cifru djeljenika i zapisuju je pored ostatka. Dobijaju drugi nepotpun djeljenik i ponavljaju korake 3, 4, 5 i 6.

Zadaci 1 i 2 namijenjeni su uvježbavanju.

Zadatak 3. *Odgovor:* 89 488 : 17 = 5 264, 5 264 : 7 = 752. Količnik je 752.

Aktivnost 2: Uvodni primjer, zadaci 4 i 5

Napomena: Na sljedećem primjeru ukazati na mogućnost kraćeg zapisivanja u dijelu u kome je neka od cifara količnika nula.

Zadaci 4 i 5 namijenjeni su uvježbavanju.

4.14. Dijeljenje jednocifrenim brojem s ostatkom

UČENICI:

- objašnjavaju da dijeljenje nije uvijek izvodljivo u skupu ℕ, jer postoje prirodni brojevi čiji količnik nije prirodni broj
- primjenjuju postupak dijeljenja jednocifrenim brojem s ostatkom.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni zadatak, zadaci 1, 2 i 3

Napomena: Za operaciju se kaže da je izvodljiva u naznačenom skupu ako operacija primijenjena na bilo koja dva člana tog skupa daje rezultat koji takođe pripada istom skupu. Znamo da se operacije sabiranja i množenja uvijek mogu izvršiti u skupu prirodnih brojeva. Vidjeli smo da to nije slučaj s oduzimanjem. A sada vidimo da to nije slučaj ni s dijeljenjem. Na primjer: ne postoji prirodni broj koji bi bio količnik brojeva 5 i 2. Stoga se uvodi dijeljenje s ostatkom.

Učenici rade uvodni zadatak iz Udžbenika. Nakon toga prelaze na zadatak 1, u kome se u šest primjera pojavljuje svih šest mogućih ostataka pri dijeljenju sa 6. Učenici zaključuju da je **ostatak uvijek manji od djelioca**. Na primjer, ako bi ostatak bio 6, tada uvećavanjem količnika za 1 dobijamo pravi ostatak 0 (0 = 6 − 6). Slično, ako bi ostatak bio 7, onda bismo uvećavanjem količnika za 1 dobili pravi ostatak 1 (1 = 7 − 6).

Pitanje: Ako bi se dobio ostatak 13 pri dijeljenju sa 6, kako treba promijeniti količnik da bi se dobio pravi ostatak? Koji je pravi ostatak?

Kroz provjeru u zadatku 1 učenici uvježbavaju važnu opštu formulu:

djeljenik = djelilac · nepotpuni količnik + ostatak.

Aktivnost 2: Uvodni primjer

Učenici se upoznaju s opštom formulom dijeljenja s ostatkom: $a = b \cdot c + r,\ r < b$.

Aktivnost 3: Zadaci 3, 4, 5, 6 i 7

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Zadatak 7. *Uputstvo:*

Odmah vidimo da je prva cifra količnika 8, a druga cifra djeljenika je 2 (ostatak je 0). Treća cifra djeljenika je 6, a četvrta je 5, s obzirom na to da znamo da je ostatak 2.

	7	*	*	*	:	9	=	*	*	*
–	*	*								
			6	*						
		–	*	*						
				2						

	7	**2**	**6**	**5**	:	9	=	**8**	**0**	**7**
–	7	2								
			6	**5**						
		–	**6**	**3**						
				2						

Prvi ostatak je 6, a znamo prvu cifru ispod prvog djeljenika 3. Znači, prva cifra količnika je 4, a prve dvije cifre djeljenika su 3 i 8. Analizom sljedećeg koraka (ostatak 0) dobijamo treću cifru djeljenika 4 i sljedeću cifru količnika 8. Zadatak ima dva rješenja s obzirom na to da je $9 = 8 \cdot 1 + 1$ i $1 = 1 \cdot 0 + 1$.

	3	**8**	**4**	**9**	:	8	=	**4**	**8**	**1**
–	3	**2**								
		6	**4**							
		6	**4**							
				9						
			–	**8**						
				1						

	3	**8**	**4**	**1**	:	8	=	**4**	**8**	**0**
–	3	**2**								
		6	**4**							
		6	**4**							
				1						
			–	**0**						
				1						

4.15. Dijeljenje dvocifrenim brojem s ostatkom

UČENICI:

- primjenjuju postupak dijeljenja dvocifrenim brojem s ostatkom
- rješavaju tekstualne zadatke.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici rješavaju uvodni zadatak i upoznaju se s postupkom dijeljenja dvocifrenim brojem s ostatkom. Nakon rješavanja uvodnog primjera učenici se podsjećaju da ako prirodni broj a nije djeljiv prirodnim brojem b, onda se pri dijeljenu javlja ostatak koji obično označavamo sa r, pa mogu pisati: $a : b = c + r : b$, $a = b \cdot c + r$. Ukazuju da je ostatak manji od djelioca, i ovo važi i za djelimične ostatke u toku dijeljenja.

Aktivnost 2

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Odgovori i rješenja zadataka iz Udžbenika:

6. Branko je dijelio broj 1 916. Janko je dobio količnik 112 i ostatak 12.
7. Neraspoređena su 43 ukrasa.
8. Bilo je 106 vreća, a 40 kg paprika ostalo je neraspoređeno.
9. Dvjesta osamdeset četiri vreće napunjene su do vrha, a 10 kg raži biće u posljednjoj, nepotpunoj vreći.
10. Svi mogući ostaci pri dijeljenju sa 11 su: 0, 1, 2, 3, …, 10.
11. Četiri pune trake i 21 minut materijala na posljednjoj traci.
12. Četrnaest dana potrebno je Mari da proradi zbirku zadataka, a posljednjeg dana će da uradi 9 zadataka.

4.16. Veza množenja i dijeljenja

UČENICI:

- primjenjuju stečena znanja o množenju i dijeljenju višecifrenih brojeva višecifrenim brojem
- koriste vezu množenja i dijeljenja kao suprotnih operacija
- rješavaju tekstualne zadatke.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju da su množenje i dijeljenje dvije suprotne operacije. Dijeljenjem proizvoda jednim činiocem dobijamo kao količnik drugi činilac.

Učenici se podsjećaju da povezanost množenja i dijeljenja koriste za provjeru rezultata.

$$a \cdot b = c$$
$$c : a = b$$

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Napomena: Uvodni primjer ilustruje nam proces proizvodnje viršli: mašina pravi određeni broj produkata u minutu i ako radi određeno vrijeme, tada količinu produkata računamo množenjem. Obrnuto: ako znamo koliko je produkata bilo proizvedeno u toku nekog vremena, onda možemo dijeljenjem da izračunamo koliko je produkata proizvedeno u jedinici vremena.

Napomena: Preporučujemo da predložite učenicima da sastave zadatak po sljedećoj tabeli:

	Cijena	**Količina**	**Ukupna vrijednost**
Sveska	63 centa	15	Ista
Olovka	? centi	5	
Gumica	45 centi	?	

Aktivnost 2

Učenici uvježbavaju množenje i dijeljenje na zadacima iz Udžbenika i Zbirke.

Rješenja nekih zadataka iz Udžbenika

Zadatak 4. $400 \cdot 30 : 8 = 1\,500$ kofa.

Zadatak 6. $72 \cdot 12 : 96 = 9$ sati.

Zadatak 7. a) $40 \cdot 9 : 6 = 60$ km na sat; b) $(520 - 224) : (224 : 56) = 74$ km na sat.

Zadatak 10. Olivera je dijelila broj 19 297, a Maja je dobila količnik 372 i ostatak 0.

Zadatak 11. Uštedjelo se $(12 + 13) \cdot 96 = 2\,400$ cm = 24 m, $24 : 2 = 12$ dječijih kaputića može se sašiti.

Sljedeći zadatak namijenjen je boljim učenicima:

Zadatak: Ako je $111\,111 = 143 \cdot 7 \cdot 111 = 143 \cdot 777$, usmeno izračunaj:

a) $143 \cdot 222 \cdot 7$; b) $143 \cdot 7 \cdot 888$; c) $222\,222 : 777$; d) $999\,999 : 777$.

4.17. Dijeljenje zbira i razlike

UČENICI:

- izračunavaju vrijednosti izraza na dva načina
- izdvajaju zajednički djelilac kod dijeljenja zbira ili razlike, kao moguću olakšicu za izračunavanje vrijednosti izraza
- rješavaju tekstualne zadatke zapisivanjem odgovarajućih brojnih izraza
- znaju svojstva distributivnosti dijeljenja prema sabiranju i oduzimanju
- primjenjuju svojstva distributivnosti kao olakšice u dijeljenju brojeva
- znaju postupak usmenog dijeljenja dvocifrenog broja jednocifrenim primjenom svojstva dijeljenja zbira i razlike brojem
- rastavljaju djeljenik kao zbir ili razliku brojeva koji su djeljivi djeliocem.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Na nekoliko konkretnih primjera prikazati mogućnost izračunavanja vrijednosti izraza, dijeljenja zbira ili razlike, na dva načina. Ostvariti zatim i potrebno uopštavanje, tj.

(a + b) : c = a : c + b : c, gdje su sabirci ***a*** i ***b*** djeljivi sa ***c***,

(a − b) : c = a : c − b : c.

Korisno je učenicima ponovo ukazati da:

ako je ***(a + b) : c = a : c + b : c***, onda je ***a : c + b : c = (a + b) : c***, i

ako je ***(a − b) : c = a : c − b : c***, onda je ***a : c − b : c = (a − b) : c***,

tj. opet, kao i u slučaju množenja, naglasiti važnost i obrnutog postupka – da se izdvajanjem zajedničkog djelioca, zbir ili razlika količnika svode na dijeljenje zbira, odnosno razlike. Na primjer: zadaci 4, 5 i 6.

Napomena: Pri objašnjavanju pravila dijeljenja zbira ili razlike potrebno je nagovijestiti da oba sabirka ili umanjenik i umanjilac moraju biti djeljivi djeliocem.

Aktivnost 1

Učenici rješavaju zadatke iz Udžbenika i utvrđuju pravila dijeljenja zbira i razlike.

Zadatak 8

a) I način: (21 600 + 14 400) : 1 800 = 36 000 : 1 800 = 20 strana.

   II način: 21 600 : 1 800 + 14 400 : 1 800 = 12 + 8 = 20 strana.

b) I način: (37 800 − 12 600) : 1 800 = 25 200 : 1 800 = 14 strana.

   II način: 37 800 : 1 800 − 12 600 : 1 800 = 21 − 7 = 14 strana.

4.18. Zavisnost proizvoda od promjene činilaca. Nepromjenljivost proizvoda

UČENICI:

- zaključuju što se dešava s proizvodom ukoliko se jedan ili oba činioca promijene
- zaključuju u kom slučaju proizvod ostaje nepromijenjen pri promjeni činilaca
- primjenjuju svojstva množenja u rješavanju zadataka i kao olakšice u računanju.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni primjer

Napomena: Učenicima je poznata zavisnost proizvoda od činilaca za brojeve prve hiljade. Sada to treba proširiti na cio skup prirodnih brojeva.

Kao uvodni zadatak može se koristiti popunjavanje tabele (izračunavanje proizvoda) na osnovu koga bi učenici mogli da uoče i shvate da se proizvod povećava (raste) ako se povećavaju (rastu) činioci, a posmatranjem tabele u suprotnom smjeru da se proizvod smanjuje (opada) ako se činioci smanjuju (opadaju).

a	b	$a \cdot 2$	$b \cdot 4$	$a : 3$	$b : 5$	$a \cdot b$	$(a \cdot 2) \cdot b$	$a \cdot (b \cdot 4)$	$(a : 3) \cdot b$	$a \cdot (b : 5)$
15	20	30	80	5	4	300	600	1 200	100	60
12	25									
18	30									

Na osnovu asocijativnosti množenja nije teško izvršiti potrebno uopštavanje. Ako je $a \cdot b = c$, onda je $a \cdot (b \cdot \boldsymbol{n}) = (a \cdot b) \cdot \boldsymbol{n} = c \cdot \boldsymbol{n}$, tj.

- ako se činilac poveća 2, 3, … , $\boldsymbol{n}$ puta, onda se i proizvod poveća 2, 3, … , $\boldsymbol{n}$ puta,
- ako se činilac smanji 2, 3, … , $\boldsymbol{n}$ puta, onda se i proizvod smanji 2, 3, … , $\boldsymbol{n}$ puta.

Aktivnost 2: Zadaci 1, 2, 3, 4 i 5

Učenici uvježbavaju zavisnost proizvoda na zadacima u Udžbeniku.

Aktivnost 3: Vježba

Napomena: Na kraju časa moguća je desetominutna vježba radi provjere naučenog.

1. Ako je $a \cdot b = 4\,900$, izračunaj:

   a) $(a \cdot 10) \cdot b =$ ______________________________;

   b) $a \cdot (b \cdot 7) =$ ______________________________;

   c) $(a : 100) \cdot b =$ ______________________________ ;

d) $(a \cdot 2) \cdot (b : 10) =$ ____;

e) $(a : 7) \cdot (b : 100) =$ ____.

2. Proizvod dva broja je 64 000. Izračunaj što će biti s proizvodom ako se:

   a) jedan činilac poveća četiri puta.

   b) jedan činilac smanji 1 000 puta.

   c) jedan činilac smanji 100 puta, a drugi poveća dva puta.

Aktivnost 4: Uvodni primjer, zadatak 6

Napomena: Učenicima je poznata stalnost proizvoda za brojeve prve hiljade. Sada to treba proširiti na cio skup prirodnih brojeva. Kao uvodni zadaci mogu se koristiti primjeri zavisnosti proizvoda od promjena činilaca. Na primjer:

Zadatak: Izračunaj proizvod i posmatraj njegovu promjenu u zavisnosti od promjene činilaca:

1) $224 \cdot 64 =$ ____,

2) $(224 \cdot 8) \cdot 64 =$ ____,

3) $(224 \cdot 8) \cdot (64 : 8) =$ ______________________________________.

Učenici odgovaraju na pitanja: Kako su se mijenjali činioci, a kako proizvod?

Uopštavanje je moguće ostvariti na sljedeći način:

- neka je proizvod dva broja $a \cdot b = c$;
- ako jedan činilac povećamo ***n*** puta, onda se i proizvod poveća ***n*** puta,

  tj. $(a \cdot \boldsymbol{n}) \cdot b = (a \cdot b) \cdot \boldsymbol{n} = c \cdot \boldsymbol{n}$;
- ako drugi činilac smanjimo ***n*** puta (isti broj puta), onda se i proizvod smanji ***n*** puta,

  tj. $(a \cdot \boldsymbol{n}) \cdot (b : \boldsymbol{n}) = (c \cdot \boldsymbol{n}) : \boldsymbol{n} = c$,

  tj. u odnosu na cijeli postupak ostane proizvod nepromijenjen.

Aktivnost 5: Zadatak 7

Napomena: Stalnost proizvoda koristiti kao jednu olakšicu prilikom izračunavanje proizvoda.

Primjenom svojstva stalnosti proizvoda moguće je napraviti olakšice za izračunavanje proizvoda u kome je jedan od činilaca 5, 25, 50 ili 125. Koristimo jednakosti: $5 \cdot 2 = 10$, $50 \cdot 2 = 100$, $25 \cdot 4 = 100$, $125 \cdot 8 = 1\,000$. Na primjer:

$98\,746 \cdot 5 = (98\,746 : 2) \cdot (5 \cdot 2) = (98\,746 : 2) \cdot 10 = (98\,746 \cdot 10) : 2 = 493\,730$,

$765\,134 \cdot 50 = (765\,134 : 2) \cdot (50 \cdot 2) = (765\,134 : 2) \cdot 100 = (765\,134 \cdot 100) : 2 = 38\,256\,700$,

$89\,764 \cdot 25 = (89\,764 : 4) \cdot (25 \cdot 4) = (89\,764 : 4) \cdot 100 = (89\,764 \cdot 100) : 4 = 2\,244\,100$,

$34\,392 \cdot 125 = (34\,392 : 8) \cdot (125 \cdot 8) = (34\,392 : 8) \cdot 1\,000 = (34\,392 \cdot 1\,000) : 8 = 4\,299\,000$.

Zadatak: Koristeći stalnost proizvoda kao olakšicu, izračunaj:

1) $125 \cdot 888 = (125 \cdot 8) \cdot (888 : 8) =$ __________________________,

2) $444\,444 \cdot 25 =$ ____.

4.19. Zavisnost količnika od promjene djeljenika i djelioca. Nepromjenljivost količnika

UČENICI:

- proučavaju promjenu količnika u odnosu na promjenu djeljenika i djelioca
- ispituju i uočavaju stalnost (nepromjenljivost) količnika mijenjanjem djeljenika i djelioca
- primjenjuju svojstva dijeljenja kao olakšice u računanju.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni primjer, zadaci 1 i 2

Napomena: Učenicima je poznata zavisnost količnika od promjene djeljenika i djelioca za brojeve prve hiljade. Sada to treba proširiti na cio skup prirodnih brojeva.

Učenici proučavaju prvi primjer u Udžbeniku, na osnovu čega uočavaju kako se količnik mijenja u zavisnosti od promjene djeljenika. Shvataju da ako se djeljenik povećava (raste), onda se povećava (raste) i količnik. Iz drugog primjera primjećuju da ako se djeljenik smanjuje (opada), onda se smanjuje (opada) i količnik. Učenici zaključuju da kad se djeljenik poveća određeni broj puta, tada se i količnik povećava isto toliko puta, a kada se djeljenik smanji određeni broj puta, tada će i količnik da se smanji isto toliko puta.

Uopštavanje je moguće ostvariti na sljedeći način:

- neka je količnik dva broja $a : b = c$;
- ako djeljenik povećamo ***n*** puta, onda se i količnik poveća ***n*** puta,

  tj. $(a \cdot \boldsymbol{n}) : b = (a : b) \cdot \boldsymbol{n} = c \cdot \boldsymbol{n}$;
- ako djeljenik smanjimo ***n*** puta, onda se i količnik smanji ***n*** puta,

  tj. $(a : \boldsymbol{n}) : b = (a : b) : \boldsymbol{n} = c : \boldsymbol{n}$.

Aktivnost 2: Uvodni primjer, zadaci 3 i 4

Učenici proučavaju primjer u Udžbeniku i uočavaju kako se mijenja količnik u zavisnosti od promjene djelioca. U prvom primjeru primjećuju da ako se djelilac povećava nekoliko puta, onda se količnik smanjuje toliko puta (ako dijelimo na veći broj djelova, tada će djelovi biti manji). U drugom primjeru primjećuju da ako se djelilac smanji nekoliko puta, onda se količnik povećava toliko puta. Izračunavanjem količnika na osnovu promjene djelioca učenici zaključuju da će se količnik smanjiti onoliko puta koliko puta je uvećan djelilac i da će se količnik povećati onoliko puta za koliko je smanjen djelilac.

Učenici uočavaju da se promjenom djeljenika količnik mijenja kao i proizvod, a da se promjenom djelioca dešava suprotno (kao kod oduzimanja).

Uopštavanje je moguće ostvariti na sljedeći način:

- neka je količnik dva broja $a : b = c$;

- ako djelilac povećamo ***n*** puta, onda se količnik smanji ***n*** puta,

  tj. $a : (b \cdot \boldsymbol{n}) = (a : b) : \boldsymbol{n} = c : \boldsymbol{n}$;
- ako djelilac smanjimo ***n*** puta, onda se količnik poveća ***n*** puta,

  tj. $a : (b : \boldsymbol{n}) = (a : b) \cdot \boldsymbol{n} = c \cdot \boldsymbol{n}$.

Aktivnost 3: Uvodni primjer, zadaci 5, 6 i 7

Učenici analiziraju uvodni primjer u Udžbeniku. Zaključuju da se količnik neće promijeniti ako se djeljenik i djelilac pomnože ili podijele istim brojem.

U **zadatku 6** učenici rješavaju primjere u kojima se koristi skraćivanje i proširivanje količnika.

Učenici se u **zadatku 7** upoznaju na primjerima kako se svojstvo stalnosti količnika koristi kao olakšica u računanju. Na primjer, pri dijeljenju sa 5, ponekad je bolje pomnožiti djeljenik i djelilac sa 2, čime se zadatak svodi na dijeljenje sa 10. Kada se i djeljenik i djelilac završavaju nulom, tada je djeljenik i djelilac potrebno podijeliti sa 10, a zatim nastaviti dijeljenje.

4.20. Jednačine u vezi s množenjem i dijeljenjem

UČENICI:

- koriste ranije usvojene pojmove: jednakost, tačna ili netačna jednakost
- koriste ranije usvojene pojmove: jednačina i rješenje nejednačine
- primjenjuju vezu množenja i dijeljenja
- rješavaju jednačine oblika $a \cdot x = b$, $a : x = b$, $x : a = b$ i $a \cdot x + b = c$.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju pojmova *jednačina* i *rješenje jednačine*. Rade nekoliko primjera s jednačinama u vezi sa sabiranjem i oduzimanjem. Na primjer:

a) $y - 67\,480 = 24\,007$; b) $10\,000 - z = 3\,409$; c) $x + 548 = 5\,865$.

Učenici se podsjećaju veze množenja i dijeljenja na sljedećim primjerima.

Primjer 1: Izračunaj:

1) $26 \cdot 57$; 2) $1\,482 : 26$; 3) $1\,482 : 57$.

Rješenje: 1) $26 \cdot 57 = 1\,482$ (prvi činilac · drugi činilac = proizvod)
2) $1\,482 : 26 = 57$ (proizvod : prvi činilac = drugi činilac)
3) $1\,482 : 57 = 26$ (proizvod : drugi činilac = prvi činilac).

Primjer 2: Izračunaj:

1) $1\,944 : 54$; 2) $1\,944 : 36$; 3) $54 \cdot 36$.

Rješenje: 1) $1\,944 : 54 = 36$ (djeljenik : djelilac = količnik)
2) $1\,944 : 36 = 54$ (djeljenik : količnik = djelilac)
3) $54 \cdot 36 = 1944$ (količnik · djelilac = djeljenik).

Aktivnost 1

Primjenom veze množenja i dijeljenja učenici određuju vrijednost nepoznate u jednačini. Rade zadatke iz Udžbenika.

Napomena: Obratiti posebnu pažnju na jednačine oblika $0 \cdot x = b$ i $0 \cdot x = 0$. Ovdje se mora istaći da postoje jednačine koje nemaju rješenja. Takođe, postoje jednačine koje imaju beskonačno mnogo rješenja. Dakle, nije tačno da jednačine uvijek imaju jedinstveno rješenje.

4.21. Nejednačine u vezi s množenjem

UČENICI:

- koriste pojmove: nejednakost, tačna ili netačna nejednakost
- koriste pojmove: nejednačina i rješenje nejednačine
- rješavaju nejednačine oblika $x \cdot a < b$, $x \cdot a > b$.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Primjer 1

Napomena: Primijeniti znanja o promjeni proizvoda pri promjeni činilaca. Uz svaku nejednačinu možemo postaviti i odgovarajuću jednačinu koja se dobija kada se u nejednačini znak nejednakosti (< ili >) zamijeni znakom jednakosti (=). Ako znamo za koju je vrijednost nepoznate jednačina zadovoljena (postaje tačna jednakost), tj. ako odredimo rješenje odgovarajuće jednačine, onda je lako odrediti za koje će vrijednosti nepoznate i data nejednačina biti zadovoljena (biti tačna nejednakost). Dakle, na osnovu rješenja jednačine lako je odrediti rješenja nejednačine. Za to je dovoljno poznavati zavisnost rezultata računskih operacija od njihovih komponenti. Tako, povezujući navedena znanja o operacijama sa znanjima o jednačinama, lakše rješavamo jedan teži problem – rješavanje nejednačina.

Učenici proučavaju **primjer 1** iz Udžbenika i uz datu nejednačinu posmatraju odgovarajuću jednačinu kada se u nejednačini znak nejednakosti zamijeni znakom jednakosti. Kada učenici odrede rješenje jednačine, onda primjenjuju znanja o zavisnosti proizvoda od promjene njegovih činilaca i tako određuju skup rješenja nejednačine.

Učenici samostalno rade zadatke 1 i 2 iz Udžbenika.

Aktivnost 2: Primjer 2

Primjer iz Udžbenika možete objasniti i na drugi način.

Primjer: Riješiti nejednačinu $2 \cdot x + 50 < 70$.

Rješenje: Rješavamo ovu nejednačinu dovođenjem na „podesan" oblik. Na lijevoj strani nejednačine imamo zbir $2 \cdot x + 50$. Zbog toga ćemo i broj na desnoj strani nejednačine napisati kao zbir, ali tako da mu jedan sabirak bude 50, dok će mu drugi sabirak biti $20 = 70 - 50$, tj.

$$2 \cdot x + 50 < 50 + 20.$$

Iz toga lako dobijamo:

$$2 \cdot x < 20.$$

Broj 20 na desnoj strani nejednačine napisaćemo kao proizvod, ali tako da mu jedan činilac bude 2:

$$2 \cdot x < 2 \cdot 10,$$

$$x < 10.$$

Uvježbavanje ostvariti na primjerima i zadacima u Udžbeniku i zadacima iz Zbirke.

Oblast: GEOMETRIJA I MJERENJE

Tema: Površina

UČENICI:

- objašnjavaju praktičan značaj dogovorenog usvajanja jedinica mjere za površinu
- koriste metarski sistem za površinu
- imenuju i zapisuju jedinice za mjerenje površine
- mjere površinu „ravnog“ fizičkog objekta
- pretvaraju višeimenovane mjerne jedinice u istoimene
- izračunavaju površinu pravougaonika i kvadrata
- koriste odgovarajuće formule za izračunavanje površine pravougaonika i kvadrata i rješavaju odgovarajuće praktične zadatke
- uočavaju predmete i njihove površi iz neposredne okoline, na modelima i slikama
- razlikuju pojmove: model, na primjeru kvadra, grafički prikaz (slika) kvadra i kvadar kao geometrijsko tijelo
- znaju da pokažu strane, ivice, tjemena i površi predmeta
- uočavaju kocku i kvadar na modelima i slici, ističu njihove strane, tjemena i ivice
- crtaju mreže modela kvadra i kocke
- primjenjuju stečena znanja o površini pravougaonika i kvadrata u izračunavanju površine kvadra i kocke
- rješavaju praktične zadatke i probleme primjenom površine kvadra i kocke.

5.1. Mjerenje površine

UČENICI:

- usvajaju pojam *površina figure*
- praktično mjere površinu figura u jednostavnim slučajevima koristeći različite jedinice mjere
- mjere površine figura nestandardnim i standardnim jedinicama
- upoređuju površine.

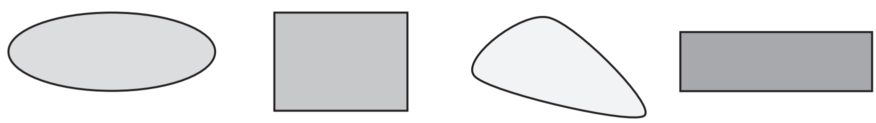
AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju što je veličina. Veličina je brojevna karakteristika nekog svojstva predmeta koja može da se izmjeri i rezultat mjerenja izrazi brojem. Do sada su učenici proučavali sljedeće veličine: dužina, masa i zapremina tečnosti. Dužina je svojstvo koje karakteriše rasprostranjenost predmeta, masa karakteriše predmet, zapremina tečnosti govori o kapacitetu sudova.

Za upoređivanje veličina učenici su koristili dva načina: 1) neposredno upoređivanje i 2) mjerenje. Da bismo izmjerili veličinu, potrebno je izabrati jedinicu mjere i saznati koliko se puta ona sadrži u mjerenoj veličini. Za različite jedinice mjere dobijamo različite odgovore i zato je upoređivati, sabirati i oduzimati veličine moguće samo tada kada su one izmjerene istim jedinicama mjere.

Učenici se podsjećaju da se djelovi ravni ograničene nekom linijom nazivaju *ravne figure*. Na primjer:



Ravne figure mogu biti različitih veličina, pa se mogu i upoređivati. Postavlja se pitanje o tome kako odrediti da li manje ili više mjesta u ravni zauzimaju prikazane ravne figure. Veličinu ravne figure, bez ulaženja u finese oko definicije, zovemo *površina.*

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Napomena: Mjerenje, koje je nerazdvojni dio svakog ljudskog rada, predstavlja eksperimentalno *upoređivanje* jedne veličine, uz upotrebu nekog mjerila, sa istorodnom veličinom koja je unaprijed izabrana za *jedinicu mjerenja*.

Odmah se postavlja pitanje: Kako izabrati mjerne jedinice? Čovjek je to činio na različite, uglavnom prirodne načine: uzimao je za jedinicu ono što mu je bilo najbliže – dužinu djelova svoga tijela ili predmete iz svoje najbliže okoline. Tako se javljaju jedinice za dužinu: stopa, palac, lakat, hvat i slično; za površinu: kvadratni hvat; za masu: masa proizvoljno izabranog kamena ili kakvog ploda itd.

Učenici čitaju uvodni zadatak i analiziraju realnu situaciju u kojoj se pojavljuje površina. Na osnovu te analize učenici shvataju da se realni predmeti i geometrijske figure razlikuju između sebe ne samo oblikom i linearnim veličinama (dužina, širina, obim itd.), već i mogućnošću zauzimanja određenog dijela površi, što je i moguće okarakterisati pomoću takve veličine kao što je površina.

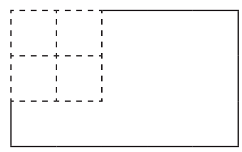
U uvodnom zadatku postavlja se pitanje o tome kako odrediti da li više ili manje mjesta u ravni zauzimaju dva tepiha koje posjeduju djeca. Učenici mogu da predlože neposredno upoređivanje dva tepiha, ali budući da tepisi imaju različite oblike, to je nemoguće. Učenici shvataju da je za mjerenje površine figure potrebno uzeti bilo koju figuru kojom je zgodno „prekriti“ datu figuru. Znači, problem se rješava izborom jedinice mjere i mjerenjem površine uz njenu pomoć.

Napomena: Treba imati u vidu da je strogo i potpuno definisanje površine figura ili neke opšte mjere veoma složen i delikatan matematički zadatak, koji daleko prevazilazi mogućnosti učenika petog razreda. Stoga smo ovdje prinuđeni da žrtvujemo matematičku preciznost i kompletnost u korist jasnijeg, intuitivnijeg i uzrastu učenika primjerenijeg pristupa. Zato, svjesni da ćemo ostati neprecizni i nedorečeni, kažemo:

Pod površinom figure podrazumijevamo broj jedinica mjere od kojih je sastavljena ta figura.

Aktivnost 2: Praktičan rad

Učenici crtaju i sijeku pravougaonik stranica 9 cm i 15 cm i kvadrat stranice 3 cm na listu papira na kvadratiće. Mjere kvadratom površinu pravougaonika. Zatim mjere površinu pravougaonika u kvadratićima iz sveske. Učenici uočavaju kako se mijenja vrijednost površine ako se jedinica mjere smanji ili poveća.



Aktivnost 3: Zadaci 1, 2, 3, 4, 5 i 6

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Učenici istražuju zavisnost rezultata mjerenja površine od izbora jedinica za mjerenje u **zadatku 2**. Učenici primjećuju da što je veća mjerna jedinica, to se manji broj puta ona sadrži u površi koju mjerimo.

Napomena: Nastavnik skreće pažnju učenika na to da pored svakog mjerenja, osim broja rezultata mjerenja, uvijek treba da stoji i naziv jedinice mjere koju su koristili za mjerenje veličine.

5.2. Jedinice za mjerenje površine

UČENICI:

- objašnjavaju značaj i racionalnost uvođenja jedinstvenog međunarodnog sistema mjera za površinu
- koriste kvadratni metar kao osnovnu jedinicu mjere za površinu, kao i mjere manje od kvadratnog metra
- primjenjuju ranije usvojeni postupak dijeljenja i množenja dekadnim jedinicama
- ocjenjuju površine figura.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

U uvodnom dijelu časa korisno je obnoviti metarski sistem mjera za dužinu i upoznati učenike kako je došlo do uvođenja metarskog sistema.

U svijetu su se koristile različite mjerne jedinice. Tako je, na primjer, engleski kralj Henri I odredio da se rastojanje od vrha njegovog nosa do vrha srednjeg prsta njegove ispružene lijeve ruke nazove jard i uzme kao mjerna jedinica za dužinu u Engleskoj.

Mnoštvo proizvoljno usvojenih i međusobno nezavisnih mjernih jedinica otežavalo je sporazumijevanje, razmjenu dobara i razvoj drugih djelatnosti. Stoga je bilo pokušaja da se dođe do nekih konvencija o mjerama. Tako je sve do Francuske revolucije (1789) vladalo opšte šarenilo mjernih jedinica, što je predstavljalo smetnju opštem napretku društva.

Osnovni nedostaci korišćenih mjernih jedinica:

- bile su proizvoljno odabrane i nijesu bile jednoobrazne (ni u lokalnim, a kamoli u svjetskim razmjerama);
- nijesu bile povezane jedna s drugom u neki prirodan sistem;
- djelovi i umnošci jedinica obrazovani su na razne načine.

Ideja da se takvo stanje prevaziđe i da se jedinice na neki način uzmu iz prirode javila se u Francuskoj početkom 18. vijeka, ali su tek nakon Francuske revolucije preduzeti prvi praktični koraci da se na toj osnovi stvori metarski sistem mjera i uvede u svakodnevnu upotrebu.

Tako je pramjera dužine vezana za Zemljin meridijan, te na neki način proističe iz dimenzija Zemlje. Kao jedinica za dužinu usvojen je 1799. godine metar – četrdesetmilioniti dio dužine zemljinog meridijana (pariskog). Na osnovu tako izabrane jedinice dužine definisana je jedinica za masu – kilogram, kao masa 1 dm^3 čiste vode.

Novousvojeni sistem nazvan je *metarski*, jer je na osnovu metra izvedena jedinica zapremine, a preko ove – jedinica za masu, druga od osnovnih fizičkih veličina.

Aktivnost 1

Kada istu površ mjerimo različitim jedinicama mjera, dobijamo različite mjerne brojeve. Zato za mjerenje površina koristimo dogovorene jedinice mjere.

Napomena: Eksperimentalno i grafički prikazati kvadratni metar (1 m^2), kvadratni decimetar (1 dm^2), kvadratni centimetar (1 cm^2) i kvadratni milimetar (1 mm^2), kao i međusobne odnose navedenih jedinica.

Na kraju časa mogu se postaviti pitanja:

1. Koliko je puta m^2 veći od dm^2?
2. Koliko je puta cm^2 manji od m^2?
3. Koliko ima mm^2 u polovini dm^2?

5.3. Jedinice za mjerenje površine veće od m^2

UČENICI:

- objašnjavaju značaj i potrebu jedinica mjere većih od 1 m^2
- upoređuju jedinice mjere
- ocjenjuju površine figura.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1

Učenici su se upoznali s metrom kvadratnim i jedinicama mjere za površinu manjim od metra kvadratnog. Međutim, njih ne koristimo kad govorimo o površini Crne Gore, Evrope ili o površini vode na Zemljinoj kugli. Tada bismo govorili o milionima miliona metara kvadratnih. Zato postoje jedinice veće od metra kvadratnog.

Učenici obrađuju uvodni primjer iz Udžbenika.

Napomena: Korisno je u dvorištu obilježiti (nacrtati) kvadrat površine 1 ar (1 a), a na fudbalskom igralištu ostvariti mogućnost prikazivanja jednog hektara (1 ha).

Aktivnost 2

Učenici uvježbavaju na primjerima koje nastavnik pripremi i zadacima iz Udžbenika.

5.4. Pretvaranje jedinica mjere

UČENICI:

- primjenjuju stečena znanja o mjerama za površinu
- izražavaju jedne mjere drugima
- primjenjuju množenje i dijeljenje dekadnim jedinicama
- uvježbavaju osnovne računske operacije s višeimenim brojevima.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Pri rješavanju većine praktičnih zadataka moramo da izvodimo operacije s veličinama koje su izražene u različitim mjernim jedinicama. Zato je u takvim slučajevima prvo potrebno različite mjerne jedinice pretvoriti u iste.

Učenici rade uvodni primjer iz Udžbenika.

Aktivnost 1: Zadaci 1, 2, 3 i 4

Učenici rješavaju zadatke iz Udžbenika i usvajaju postupak pretvaranja manjih mjernih jedinica u veće, i obrnuto. Poslije toga možete da predložite jedan zadatak.

Zadatak: Potrebno je završiti pridruživanje započeto na slici, tako da pridružene mjere budu jednake.

12 ha	6 407 m^2
1 700 m^2	25 m^2
1 km^2	7 200 dm^2
72 m^2	17 a
250 000 cm^2	1 200 a
64 a 7 m^2	1 000 000 m^2

Aktivnost 2: Zadaci 5, 6 i 7

Učenici pretvaraju površine izražene dvjema jedinicama mjere u jednu, i obrnuto. U zadatku 7 učenici uvježbavaju upoređivanje površina koje su izražene višeimenim brojevima.

Aktivnost 3: Zadaci 8, 9 i 10

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Zadatak 8: Prvo moramo da izrazimo površinu pošumljenog zemljišta u arima: 2 ha = 200 a. Ako se na 1 a nalaze tri drveta, tada se na 200 a nalazi $200 \cdot 3 = 600$ drveta.

Zadatak 9: Za bojenje 6 m^2 moler je potrošio 1 kg boje. Za 9 a = 900 m^2 površine potrebno je $900 : 6 = 150$ kilograma boje.

Zadatak 10: Površina dva vinograda je

$$18 \text{ ha } 80 \text{ a } 24 \text{ m}^2 = 180\,000 \text{ m}^2 + 8\,000 \text{ m}^2 + 24 \text{ m}^2 = 188\,024 \text{ m}^2.$$

$\boxed{x}$ Površina jednog vinograda $\boxed{x}\boxed{x}\boxed{x}$ Površina drugog vinograda

$$4 \cdot x = 188\,024,$$

$$x = 47\,006 \text{ m}^2.$$

Površina jednog vinograda je 47 006 m^2 = 4 ha 70 a 6 m^2.

Površina drugog vinograda je $3 \cdot 47\,006 = 141\,018$ m^2 = 14 ha 10 a 18 m^2.

Aktivnost 4

Učenici rade sljedeće zadatke:

Zadatak: Što je veće:

a) 33 533 dm^2 ili 3 a 33 m^2 333 dm^2?

b) 1 ha 5 a 15 m^2 ili 15 015 m^2?

Zadatak: Aničina bašta je 2 ha 50 a 85 m^2, a Perina je 1 ha 160 a 15 m^2. Čija je bašta veća, i za koliko kvadratnih metara?

Rješenje: Površinu Aničine bašte 2 ha 50 a 85 m^2 moramo da pretvorimo u m^2:

$$2 \text{ ha } 50 \text{ a } 85 \text{ m}^2 = 20\,000 \text{ m}^2 + 5\,000 \text{ m}^2 + 85 \text{ m}^2 = 25\,085 \text{ m}^2.$$

Perina bašta iznosi:

$$1 \text{ ha } 160 \text{ a } 15 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ m}^2 + 16\,000 \text{ m}^2 + 15 \text{ m}^2 = 26\,015 \text{ m}^2.$$

$26\,015 - 25\,085 = 930$ m^2. Perina bašta veća je za 930 m^2.

5.5. Površina pravougaonika

UČENICI:

- primjenjuju ranije stečena znanja o pravougaoniku
- zaključuju da je površina pravougaonika dio ravni koji pripada određenom pravougaoniku
- zaključuju da površina pravougaonika zavisi od dužina njegovih stranica
- izračunavaju dužinu stranice ako je poznata površina i dužina druge stranice.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: Uvodni dio časa treba posvetiti obnovi znanja o pravougaoniku. Nacrtati sliku pravougaonika na tabli i označiti stranice a i b, a tjemena A, B, C i D. Učenici treba da odgovore na sljedeća pitanja:

1. Zašto se pravougaonik tako zove?
2. Što je označeno slovima a i b?
3. Imenuj naspramne stranice pravougaonika.
4. Što je obim pravougaonika, i kako se on računa?
5. Koje jedinice za mjerenje površine znaš? Probaj da objasniš što je površina.

U nastavku časa učenici koriste Udžbenik: određuju površinu pravougaonika dijeljenjem njegove površine na kvadrate stranice dužine jedan centimetar. Tako postupno dolaze do formule za površinu pravougaonika. Učenici koriste uzajamnu povezanost množenja i dijeljenja prilikom izračunavanja površine (kada su date dužine stranica) i izračunavanje dužine stranice (kada je data površina i dužina druge stranice), tj. ako je $P = a \cdot b$, onda je $a = P : b$, $b = P : a$.

Učenici odgovaraju na sljedeća pitanja:

1. Čemu je jednaka površina figure ako tu figuru možemo da podijelimo na 18 kvadrata stranice 1 cm?
2. Kakva mjerenja treba izvršiti da bismo našli površinu pravougaonika?
3. Odredi površinu učionice i table.

Aktivnost 1

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika o izračunavanju površine pravougaonika u kojima su mjerni brojevi višecifreni brojevi.

Aktivnost 2: Kontrolna vježba

U drugom dijelu drugog časa moguća je pismena vježba s povratnom informacijom:

1. Izračunaj površinu pravougaonika ako je:

a) a = 45 m, b = 78 m; b) a = 19 m, b = 600 dm.

2. Izračunaj obim pravougaonika površine 2 496 m^2 ako je dužina jedne stranice 48 m.
3. Dužine stranica pravougaonika izražene su prirodnim brojem centimetara. Površina pravougaonika je 20 cm^2. Od svih takvih pravougaonika nađi onaj koji ima najveći obim.

5.6. Površina kvadrata

UČENICI:

- koriste ranije stečena znanja o kvadratu
- zaključuju da je kvadrat – pravougaonik jednakih stranica; prema tome, formula za izračunavanje površine kvadrata je $P = a \cdot a$ ili $P = a^2$
- koriste stečena znanja o izračunavanju površine pravougaonika i kvadrata za rješavanje praktičnih zadataka.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Napomena: U uvodnom dijelu časa uraditi nekoliko zadataka koji zahtijevaju izračunavanje površine pravougaonika, zatim preći na kvadrat:

Nama je poznat on odavno,
Svaki ugao mu je prav,
Sve stranice su mu iste
A zovemo ga... (kvadrat)

Nacrtati sliku kvadrata i objasniti kakve su mu stranice, tj. da je kvadrat pravougaonik jednakih stranica. Poslije toga, cilj časa se ostvaruje „u jednom potezu" – kako su stranice ovog pravougaonika (kvadrata) a i a, to je površina kvadrata $a \cdot a$, tj. $P = a \cdot a$ ili $P = a^2$.

Napomena: Kako izračunati dužinu stranice kvadrata ako je data površina? U ovom razredu moramo se ograničiti samo na one primjere u kojima je dužina stranice prirodan broj (a samim tim i površina prirodan broj posebnog oblika – kvadrat prirodnog broja). Svi ostali primjeri, u kojima površina nije potpun kvadrat prirodnog broja, radiće se u starijim razredima. To treba učenicima jasno reći.

Kvadrate onih prirodnih brojeva koji nijesu veći od 10, učenici znaju u okviru tablice množenja. To su brojevi koji su proizvod dva jednaka činioca. Treba ih navesti eksplicitno:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 i 100.

Ako je, na primjer, površina kvadrata P = 81 cm^2, onda je a = 9 cm, jer je $9 \cdot 9 = 81$. Ako su u pitanju veliki mjerni brojevi, onda dužinu stranice kvadrata određujemo procjenom i provjerom tačnosti procjene, tj. množenjem i dijeljenjem. Da bi procjena bila što tačnija, korisno je odrediti, odnosno procijeniti neke intervale u kojima se nalazi dužina stranice.

Aktivnost 1: Zadaci 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9

Učenici uvježbavaju na primjerima koje nastavnik pripremi i zadacima iz Udžbenika.

Napomena: Kada učenici usvoje formule za površinu pravougaonika i kvadrata, oni uspješno rješavaju odgovarajuće praktične zadatke.

Aktivnost 2: Kontrolna vježba

Moguća je pismena vježba s povratnom informacijom.

1. Izračunaj površinu pravougaonika stranica 84 m i 75 m i izrazi je u arima.
2. Izračunaj površinu kvadrata čiji je obim 356 mm.
3. Obim kvadrata je 36 cm. Kolika je površina kvadrata čija je stranica za 3 cm veća?
4. Kvadrat i pravougaonik sa stranicama a = 42 cm i b = 36 cm imaju jednak obim. Da li se i za koliko razlikuju njihove površine?

5.7. Kvadar i kocka. Osobine

UČENICI:

- prepoznaju predmete i njihove površi iz neposredne okoline, na modelima i slici
- razlikuju i crtaju kvadar i kocku
- prepoznaju strane, ivice i tjemena kvadra i kocke
- prepoznaju podudarne i paralelne ivice, prepoznaju ivice koje polaze iz istog tjemena kvadra ili kocke (tri dimenzije)
- posmatraju i pronalaze veze između pojedinih geometrijskih figura.

AKTIVNOSTI UČENIKA

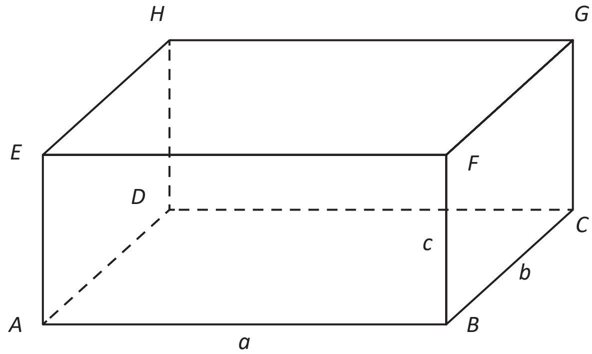
Aktivnost 1

Napomena: U matematici, ograničeni dio prostora zovemo geometrijsko tijelo. Geometrijska tijela ograničena samo ravnim površima nazivamo rogljastim tijelima. Ravne površi koje ograničavaju tijelo zovemo stranama. Ta tijela mogu biti različitih oblika.

Rogljasto tijelo čije su sve strane pravougaonici nazivamo kvadrom.
Rogljasto tijelo čije su sve strane podudarni kvadrati nazivamo kocka.

U svakodnevnom životu često se pojavljuju predmeti koji imaju oblik kvadra i kocke. Za njih kažemo da su modeli tih tijela. Na primjer: orman u učionici je model kvadra, ili: kockica za jamb je model kocke.

Učenici navode još neke modele kvadra.



Učenici detaljnije posmatraju učionicu koja je u obliku kvadra. Primjećuju da u učionici pod i plafon predstavljaju podudarne pravougaonike. Zid na kom visi tabla i naspramni zid isto predstavljaju par podudarnih pravougaonika. Takođe i zid s prozorima i naspramni zid predstavljaju podudarne pravougaonike. Zidovi, plafon i pod – to su strane kvadra predstavljene na modelu učionice. Dimenzije učionice su dužina, širina i visina.

Napomena: Nacrtati model kvadra na tabli i objasniti da kad crtamo ivice koje se ne vide, koristimo isprekidane linije. Na modelu objasniti što su strane, ivice, tjemena, a što nazivamo dimenzije kvadra.

Aktivnost 2

Učenici posmatraju model kocke.

1. Učenici imenuju predmete u prirodi koji imaju oblik kocke.
2. Opisuju površ kocke.
3. Broje tjemena i ivice kocke.
4. Broje strane kocke.
5. Crtaju sliku kocke u svesci i odgovaraju na pitanja iz Udžbenika.

Napomena: Obratite pažnju na to da svaki učenik mora naučiti da pokaže što je tjeme, što ivica, a što strana kocke. Svaki učenik mora da nauči koliko kocka ima tjemena, koliko ivica i koliko strana. Ne smije se dozvoliti da i jednom učeniku to promakne.

Uvježbavanje na primjerima koje nastavnik pripremi i zadacima iz Udžbenika i Zbirke.

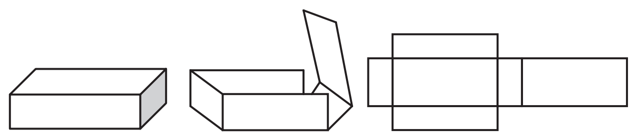
5.8. Mreža kvadra i kocke

UČENICI:

- crtaju i režu mrežu kvadra i kocke
- konstruišu mrežu kvadra i kocke određenih dimenzija
- razvijaju potrebnu preciznost pri crtanju i mjerenju
- prepoznaju vezu između kvadra, kocke i njihovih mreža.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Aktivnost 1: Uvodni primjer, zadaci 1, 2 i 3



Primjer kako se razvija kvadar.

Napomena: Najbolje da učenici donesu na čas neku praznu kutiju, na primjer od čaja.

Učenici proučavaju uvodni primjer iz Udžbenika i boje na mreži strane kvadra različitim bojama tako da jednake strane budu obojene istom bojom.

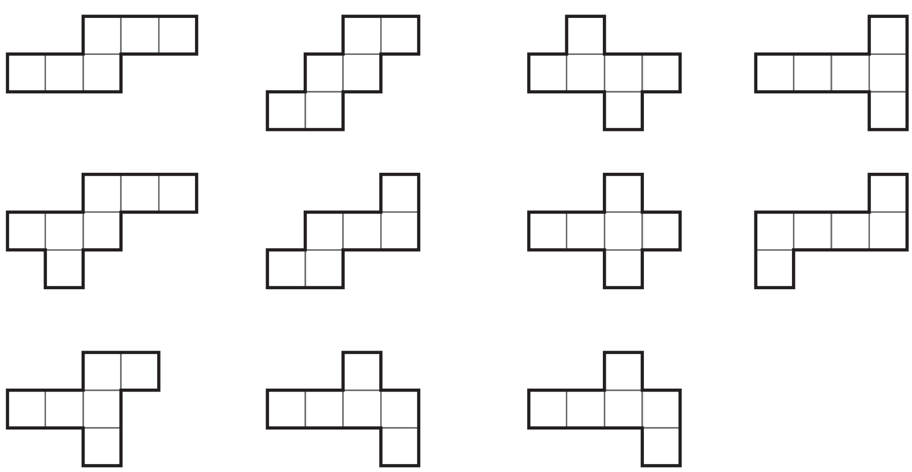
Zadatak 1: Učenici proučavaju različite mreže kvadra i shvataju da primjeri pod b) i d) nijesu mreže kvadra.

Zadatak 3: Učenici pažljivo posmatraju, precrtavaju, analiziraju i odgovaraju na postavljeno pitanje. Potom isijeku mrežu, savijaju je u model kvadra i tako provjere svoj rezultat.

Aktivnost 2: Uvodni primjer, zadaci 4, 5, 6, 7 i 8

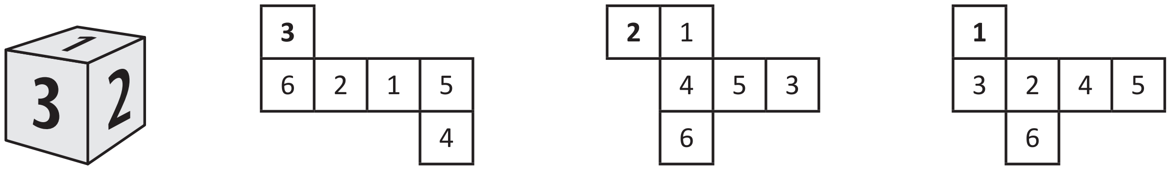
Učenici proučavaju uvodni primjer iz Udžbenika i shvataju da mrežu kocke čini šest kvadrata.

U zadatku 4 učenici biraju među ponuđenim figurama one koje predstavljaju mreže kocke. Obavještavaju se da postoji 11 mogućih mreža kocke. Te mreže moguće je nacrtati na tabli.



Napomena: Predložite učenicima da izaberu neku zanimljivu mrežu i naprave kocku i oboje suprotne strane različitim bojama.

Zadatak 8. Odgovor:



5.9. Površina kocke

UČENICI:

- objašnjavaju pojam površine kocke uz pomoć njenog modela i crteža
- koriste u zadacima formulu $P = 6 \cdot a^2$
- računaju površinu kocke
- zaključuju da se površina kocke mijenja s promjenom njene ivice
- primjenjuju stečena znanja o izračunavanju površine kocke na rješavanje praktičnih zadataka.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna slika

Učenici posmatraju model kocke i odgovaraju na pitanja:

1. Koji oblik imaju strane kocke?
2. Što možeš kazati o stranama i ivicama kocke?
3. Kako se izračunava površina kvadrata?

Nakon ovakve, svestrane analize karakteristika kocke, učenici samostalno dolaze do obrasca za površinu tog geometrijskog tijela. Pri tome koriste znanja o izračunavanju površine kvadrata.

Aktivnost 1: Zadaci 1, 2 i 3.

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 2: Uvodni zadatak

Učenici rade uvodni zadatak iz Udžbenika i na osnovu zavisnosti proizvoda od činioca dolaze do potrebnog uopštavanja. Formula za površinu kocke je $P = 6 \cdot a \cdot a$. Ako povećamo dužinu ivice n puta, tada imamo:

$$P = 6 \cdot (n \cdot a) \cdot (n \cdot a) = 6 \cdot a \cdot a \cdot n^2.$$

Proizvod se povećao onoliko puta koliko se puta povećao činilac, a imamo dva činioca koji su jednaki. Znači, proizvod se povećao $n \cdot n$ puta.

Aktivnost 3: Zadaci 4, 5, 6, 7 i 8.

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 4: Kontrolna vježba

Pri kraju časa može se organizovati petominutnu provjeru naučenog. Na primjer:

Dopuni sljedeću tabelu.

Ivica kocke a	**Obim jedne strane** $4 \cdot a$	**Dužina svih ivica** $12 \cdot a$	**Površina strane** a^2	**Površina kocke** $6 \cdot a^2$
6 m				
	32 m			
		120 cm		
			81 m^2	
				150 m^2

5.10. Površina kvadra

UČENICI:

- objašnjavaju pojam površine kvadra uz pomoć njegovog modela i crteža
- koriste formulu $P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$
- koriste stečena znanja o izračunavanju površine kvadra za rješavanje praktičnih zadataka.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

U uvodnom dijelu časa učenici rade sljedeće zadatke:

1) Nađi površinu pravougaonika sa stranicama 3 cm i 5 cm. Zapiši na tablu formulu za izračunavanje površine pravougaonika.
2) 5 ha 12 a = _____ m^2; 52 m^2 = _______cm^2; 34 dm^2 = _______ cm^2; 1030 a = ____ ha __ a.

Učenici posmatraju model kvadra i odgovaraju na pitanja:

1. Od kakvih se figura sastoji površina kvadra?
2. Što možeš kazati o naspramnim stranicama?
3. Koliko kvadar ima strana, tjemena i ivica?

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici rješavaju uvodni zadatak iz Udžbenika. Da bi izračunali površinu kvadra, potrebno je naći površine šest strana kvadra koje predstavljaju pravougaonike, pri čemu se radi o tri para jednakih pravougaonika. Primjenom stečenih znanja o izračunavanju površine pravougaonika učenici dolaze do načina izračunavanja površine kvadra i samostalno izvode formulu:

$$P = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c \quad \text{ili} \quad P = 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c).$$

Učenici dobijaju model kvadra i u parovima sprovode potrebna mjerenja, te računaju površinu svog kvadra.

Aktivnost 2

Putem zadataka iz Udžbenika učenici potpuno usvajaju formulu za površinu kvadra.

Aktivnost 3

Na kraju ove teme moguća je provjera obima i nivoa učeničkih znanja o površini kvadra i kocke, shvatanju odnosa između elemenata tekstualno saopštenog zadatka, kao i veza aritmetike i geometrije.

Pismena vježba

1. Što treba izmjeriti i kako poslije izračunati površinu: a) kvadra; b) kocke?
2. Dužine ivica jedne kutije oblika kvadra jesu 8 cm, 19 cm i 14 cm. Izračunaj:

   a) zbir dužina svih ivica; b) površinu kutije.
3. Da li je potrebno više ukrasnog papira za uvijanje poklona oblika kocke čija je ivica 18 cm ili poklona oblika kvadra čije su ivice a = 24 cm, b = 7 cm i c = 13 cm?
4. Od lima oblika kvadrata, ivice 50 cm, treba izrezati i napraviti kutiju oblika kvadra čije su ivice 32 cm, 15 cm i 9 cm. Kolika je površina otpada?

Oblast: ARITMETIKA I ALGEBRA

Tema: Razlomci

UČENICI:

- ponavljaju znanja o razlomcima stečena u prethodnim razredima
- primjenjuju usvojene pojmove o razlomku, njegovim elementima, čitanju i pisanju
- uočavaju na praktičnim primjerima potrebu proširenja skupa $\mathbb{N}_0$ na skup razlomaka
- prikazuju razlomke grafički, pomoću modela (duž, kvadrat, šestougao, krug i dr.)
- primjenjuju znanja o razlomcima (djelovi metra, kilograma, sata, eura i drugih veličina)
- upoređuju razlomke jednakih imenilaca ili jednakih brojilaca
- uočavaju jednake razlomke, manje i veće razlomke, kao i izražavanje cijelog u obliku razlomka
- izračunavaju dio cijeloga po zadatom razlomku
- sabiraju i oduzimaju razlomke jednakih imenilaca
- rješavaju zadatke o kružnim dijagramima kod kojih se rješenje zapisuje pomoću razlomaka.

6.1. Razlomci. Zapisivanje razlomaka

UČENICI:

- ponavljaju i proširuju ranije stečena znanja o razlomcima
- prikazuju razlomke grafički, pomoću modela
- zapisuju i čitaju razlomke oblika $\frac{m}{n}$ ($n, m \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, m \leq n$) i $\frac{1}{k}$, ($k \in \mathbb{N}$)
- objašnjavaju pojmove *imenilac* i *brojilac*
- zapisuju kao razlomak dio cijelog, predstavljen datom slikom ili modelom
- zaključuju da postoji jednakost dijeljenja i razlomka, tj. ravnopravnost korišćenja znaka : i znaka razlomačke crte.

AKTIVNOSTI UČENIKA

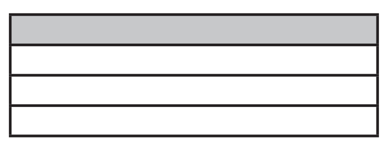
Uvodna aktivnost

Razvoj razlomaka ima veoma dugu istoriju, i niko ne zna ko je prvi i kada smislio dijeljenje cijelih brojeva na manje djelove. Možemo samo pretpostaviti da se to dogodilo onda kada je postojala potreba za izgradnjom kuća, mjerenjem polja ili razmjenom robe. Ljudi različitih profesija (graditelji i poljoprivrednici, trgovci i zanatlije) nijesu mogli da prirodnim brojevima i nulom iskažu sve svoje potrebe. Razlomci su nastali zbog potrebe za preciznijim izračunavanjem. Prvo su se pojavili jednostavni razlomci – djelovi cijelog broja: polovina, četvrtina, trećina, a kasnije i složeniji.

U udžbenicima matematike u XVII vijeku razlomke su nazivali „razlomljeni brojevi“. Dugo vremena razlomci su smatrani najtežim dijelom matematike. Njemci su čak imali izreku „ući u razlomke“, što znači „upasti u tešku situaciju“. Svaki učenik, bez obzira na profesiju koju izabere u budućnosti, sigurno će se često susrijetati s razlomcima.

Učenici se podsjećaju čitanja i pisanja razlomaka oblika $\frac{1}{n}$, $n = 2, 3, 4, ..., 10, 100, 1000$. Odgovaraju na pitanja:

1. Kako se dobija $\frac{1}{2}$ kruga?
2. Što znači izraz „$\frac{1}{5}$ duži“?
3. Krug je podijeljen na 7 jednakih djelova. Kako se naziva jedan takav dio?
4. Duž je podijeljena na 4 različita dijela. Da li se jedan dio može nazvati „jedna četvrtina duži“? Zašto?
5. Kako se naziva dio pravougaonika koji je obojen? Zapiši taj dio. Što označavaju brojevi napisani iznad i ispod crte u ovom zapisu?



Aktivnost 1

Napomena: Prilikom obrade sadržaja ove nastavne teme oslanjamo se na znanje o razlomcima oblika $\frac{1}{n}$, $n < 10$ i $n \neq 0$ koje su učenici već usvojili u prethodnim razredima. Ističemo značaj tri koraka u određivanju razlomaka oblika $\frac{m}{n}$; $m, n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ i $m < n$:

1) uočavanje cjeline koja se posmatra;
2) uočavanje na koliko je jednakih djelova izdijeljena cjelina;
3) uočavanje koliko je takvih djelova izdvojeno (odnosno koliko treba izdvojiti).

Učenici na čas donose model kruga i dijele ga na četiri jednaka dijela. Odgovaraju na pitanja:

- Kako se naziva svaki takav dio kruga? (Četvrtina kruga.)
- Ako uzmete dva dijela podijeljenog kruga, imate razlomak dvije četvrtine. Piše se ovako: $\frac{2}{4}$. (Skrenite pažnju učenicima da zapisivanje razlomka počinje gornjim brojem.)
- Koliko djelova kruga treba uzeti za pokazivanje razlomka $\frac{3}{4}$? (Tri četvrtine.) Zapisali smo razlomke $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$.
- Što pokazuje broj 4? (Broj 4 pokazuje na koliko je jednakih djelova podijeljen krug.)
- A što pokazuju brojevi 2 i 3? (Koliko je takvih jednakih djelova uzeto.)

Napomena: Na osnovu primjera, učenici uočavaju značaj svakog od ovih koraka. Istaknite povezanost apstraktnog matematičkog pojma s problemima iz realnog okruženja, a u okviru toga i potrebu sticanja osjećaja za veličinu dijela cjeline.

Dodatna aktivnost: Navedite učenike da se sjete neke realne situacije u kojoj se zahtijeva određivanje razlomkom predstavljenog dijela cjeline. Na primjer, dijeljenje pice, sendviča, komada mesa, bojica i sl. Kada je teže, a kada lakše izdvojiti zadati dio cjeline?

Aktivnost 2: Uvodni primjer 1

Napomena: Ljudi su prošli kroz mnoštvo varijanti zapisivanja razlomaka dok nijesu došli do savremenog zapisa. Savremeni sistem zapisivanja razlomaka s brojiocem i imeniocem stvoren je u Indiji prije oko 1500 godina, samo tada nijesu koristili razlomačku crtu. Od Indijaca, ova matematička znanja preuzeli su Arapi. Zapisivanje razlomaka s razlomačkom crtom predložio je italijanski matematičar Leonardo Fibonači 1202. godine. On je uveo i riječ „razlomak“. Nazive „brojilac“ i „imenilac“ uveo je vizantijski monah, naučnik i matematičar Maksim Planud u 13. vijeku.

Učenici proučavaju uvodni zadatak i saznaju kako se u razlomku nazivaju „gornji“ i „donji“ broj.

Učenici rade **zadatak 1** iz Udžbenika. Pri razmatranju svake obojene figure učenici stalno ponavljaju da **prvo uočavamo „donji broj“**, koji nam govori na koliko je jednakih djelova podijeljena data figura. Dakle, prvo skrećemo pažnju na riječi trećina, četvrtina, petina, šestina, sedmina, osmina, devetina... Zatim prelazimo na **„gornji broj“**, koji nam govori koliko je tih djelova obojeno. Ovdje, naravno, učenici koriste i nazive imenilac i brojilac.

Napomena: Iako je i imenilac broj, obratiti pažnju da od imenioca potiče naziv razlomka koji je imenica. Na primjer, ako je imenilac broj tri, razlomak izražava trećine. Polovina, trećina, četvrtina, petina... jesu imenice.

Aktivnost 3: Uvodni primjer 2

Napomena: Veoma je važno jasno istaći vezu između razlomaka i operacije dijeljenja. Aritmetička operacija dijeljenja dobro je poznata učenicima. Do sada su uvijek dijelili veći broj manjim. Da li je moguće podijeliti manji broj većim?

Učenici rješavaju zadatak: Osam čokolada podijelila su četiri druga na jednake djelove. Koliko će svaki drug dobiti čokolade? Učenici odgovaraju da će po dvije čokolade dobiti svaki drug.

- A kako sada da podijele tri čokolade na jednake djelove četiri druga? Kod učenika se javlja poteškoća jer broj 3 ne možemo podijeliti brojem 4 a da dobijemo cijeli broj.
- Što predlažete? (Svaku čokoladu podijeliti na 4 jednaka dijela i svaki drug će dobiti jedan dio od svake čokolade.)
- Koliko će dobiti svaki drug?
- Po čemu se razlikuju uslovi zadataka? (Imaju različite brojeve.)
- Tri čokolade dijelili smo između četiri druga, kao i osam čokolada. Znači, rješenje drugog zadatka slično je rješenju prvog. $3 : 4 = \frac{3}{4}$.
- Što ste interesantno primijetili? (Količnik nije cio broj nego razlomak.)
- Zašto? (Broj $3 < 4$; znači, nije djeljiv.)
- Znači, kada dijelimo manji broj većim, tada je količnik razlomak.
- Što predstavlja djeljenik 3 u razlomku $\frac{3}{4}$? (Brojilac.)
- Što predstavlja djelilac 4 u razlomku $\frac{3}{4}$? (Imenilac.)
- Što predstavlja imenilac?
- U što se pretvori znak dijeljenja? (U razlomačku crtu.)
- Što označava razlomačka crta u razlomku? (Znak dijeljenja.)

Aktivnost 4: Razlomci u svakodnevnom životu ljudi

Kako živimo okruženi razlomcima, ponekad ih ne primjećujemo. Ali ipak, mi se vrlo često srijećemo s razlomcima – kod kuće, na ulici, u prodavnici, na poslu itd.

Učenici navode primjere upotrebe razlomaka u svakodnevnom životu. Na primjer:

- U kuvanju, npr. čaja s mlijekom: $\frac{2}{3}$ čaja i $\frac{1}{3}$ mlijeka.
- Podjelu na djelove koristi i krojač prilikom krojenja odjeće. Siječe rukav od tri četvrtine ($\frac{3}{4}$) ili pantalone dužine $\frac{7}{8}$.
- Pri mjerenju vremena: 30 minuta $= \frac{1}{2}$ sata, 15 minuta $= \frac{1}{4}$ sata.
- Razlomci u medicini: da biste pripremili neophodan lijek, morate znati njegov sastav, zabilježen razlomkom, ili kada ljekar prepisuje pacijentu $\frac{1}{2}$ tablete.
- U građevinarstvu, npr. prilikom pripreme betonske mase: cementa – 1 dio, šljunka – 4 dijela, pijeska – 2 dijela, vode – $\frac{1}{2}$ dijela.
- U muzici, primjer fascinantne upotrebe razlomaka jeste notni zapis. Note mogu biti cijele, polovina, četvrtina, osmina. Koristeći note, moguće je zapisati bilo koje muzičko djelo. Starogrčki filozof i matematičar Pitagora (570 p. n. e.) jedan je od prvih koji je uspostavio vezu između muzike i matematike. Stvorio je doktrinu zvuka. Pitagora je vezivao trajanje zvučnih zapisa s razlomcima.

- U geografiji: kopno Evroazije zauzima $\frac{1}{3}$ površine kopna na Zemlji.
- U sportu: kada gledamo $\frac{1}{2}$ finala fudbalskog kupa.
- Proporcije čovjeka takođe su povezane s razlomcima. Glava djeteta je $\frac{1}{5}$ njegove visine. Glava tinejdžera je $\frac{1}{6}$ a glava odrasle osobe je $\frac{1}{8}$ njegove visine. Ovi podaci korišćeni su pri kreiranju lutke Barbi.

6.2. Cijelo i njegovi djelovi

UČENICI:

- grafički prikazuju zadati razlomak
- izračunavaju dio cijeloga po zadatom razlomku
- pomoću razlomaka rješavaju tekstualne zadatke
- prepoznaju razlomke jednakih vrijednosti napisanih u obliku $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}$ ili slično.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju na koji se način traži dio cjeline. Usmeno rade sljedeće zadatke:

1. Nađi: $\frac{1}{2}$ od 40; $\frac{1}{3}$ od 60; $\frac{1}{4}$ od 100; $\frac{1}{100}$ od 1000.
2. Koliko ima decimetara u polovini metra? (5 dm)
3. Nađi $\frac{1}{2}$ najmanjeg šestocifrenog broja? (50 000)
4. Koliko ima sekundi u $\frac{1}{4}$ minuta? (15 sekundi)
5. Koliko je minuta u četvrtini časa? (15 minuta)

Aktivnost 1

Napomena: Određivanje dijela cjeline u dva koraka: najprije se određuje koliko iznosi $\frac{1}{n}$ od cijelog, a zatim se određuje $\frac{m}{n}$ kao m puta veći dio od $\frac{1}{n}$. Za upoznavanje postupka rješavanja problema određivanja dijela cjeline bolje je prvo uključiti zadatke s dužima, jer u ovom slučaju lako je ilustrovati rješenje.

Učenicima se predlaže da riješe problem: „Nacrtajte duž dužine 12 cm. Kolika je dužina u centimetrima $\frac{2}{3}$ duži?" Učenici crtaju u sveskama duž date dužine.

- Kako dobiti $\frac{2}{3}$ duži? (Podijeliti duž na 3 jednaka dijela i uzeti 2 takva dijela.)
- Učenici shvataju da prvo treba duž podijeliti na 3 jednaka dijela.
- Kako se naziva svaki dio? (Jedna trećina.)

- Koliko ima centimetara u $\frac{1}{3}$ duži? (4 cm)
- Kako ste znali? (12 : 3 = 4)
- Kako naći koliko ima centimetara u dvije trećine duži? ($2 \cdot 4 = 8$)
- Učenici zapisuju u sveskama i na tabli: 12 : 3 = 4 (cm). $2 \cdot 4 = 8$ (cm).
- Koje smo operacije koristili za rješavanje zadatka? (12 smo podijelili sa 3 i dobijeni rezultat pomnožili smo sa 2, tj. $(12 : 3) \cdot 2 = 8$ (cm)).
- Znači, kako se traži dio neke cjeline? (Da bismo odredili dio neke cjeline predstavljene razlomkom, cjelinu treba podijeliti imeniocem i pomnožiti brojiocem razlomka.)

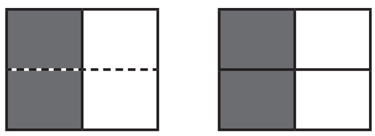
Učenici proučavaju primjere iz Udžbenika i nakon usvojenog razumijevanja redosljeda postupka određivanja dijela neke cjeline dolaze do zaključka:

Da bismo odredili dio neke cjeline predstavljene razlomkom, cjelinu treba podijeliti imeniocem i pomnožiti brojiocem razlomka.

Učenici uvježbavaju postupak određivanja dijela neke cjeline na primjerima koje pripremi nastavnik i radeći zadatke iz Udžbenika (1–4) i iz Zbirke.

Aktivnost 2: Uvodni primjer 2

Učenici odgovaraju na pitanje: Kada ćete uzeti veći dio čokolade, kada vam ponude $\frac{1}{2}$ ili $\frac{2}{4}$ iste čokolade? Zašto? Učenici mogu da odgovore da u oba slučaja dobijaju jednake količine čokolade. Oba razlomka u stvari predstavljaju istu količinu, što učenici mogu prikazati šematski:



Učenici uočavaju na primjerima iz Udžbenika da se isti dio cjeline može predstaviti različitim razlomcima. Učenici saznaju da se za razlomke koji označavaju isti dio jedne cjeline kaže da su **jednaki**.

U zadatku 5 posebna pažnja posvećena je upoređivanju razlomaka jednakih vrijednosti, koji su napisani u obliku $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{4}{8}$ ili slično. Njihova jednakost potvrđuje se tabelarnim i grafičkim prikazima.

Napomena: Uspješnim shvatanjem jednakosti ovako napisanih razlomaka, učenici usvajaju pravilo da se pri proširivanju i skraćivanju razlomaka njihova vrijednost ne mijenja. Naravno, ovdje još ne pominjemo eksplicitno ni proširivanje ni skraćivanje, već samo stvaramo navike i podlogu za kasnije.

Aktivnost 3: Uvodni primjer 3

Učenici rješavaju zadatak – šalu: Nataša ima jednu cijelu jabuku, dvije polovine jabuke i četiri četvrtine jabuke. Koliko Nataša ima jabuka? (3) Učenici shvataju da jedno cijelo ima dvije polovine, četiri četvrtine i tako dalje. Saznaju da se jedno cijelo predstavlja kao razlomak kod koga su imenilac i brojilac jednaki.

6.3. Dio cijelog kao razlomak

UČENICI:

- određuju cjelinu broja ili veličine čiji je jedan dio dat
- upoređuju razlomke jednakih imenilaca ili jednakih brojilaca koristeći grafički prikaz.

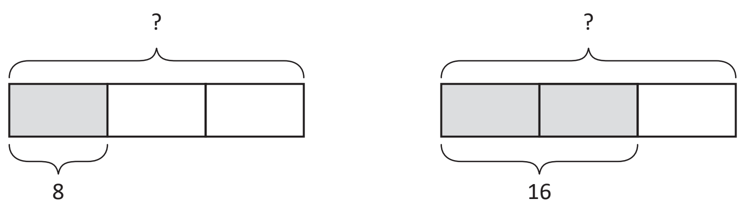
AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici se podsjećaju na koji se način na osnovu datog dijela traži cijelo. Rješavaju zadatak: „Petar je pročitao 20 strana, što čini $\frac{1}{3}$ knjige. Koliko strana ima knjiga?“ Učenici shvataju da trećina knjige iznosi 20, a ukupan broj strana knjige biće tri puta veći. Znači, treba 20 pomnožiti sa 3, što iznosi 60. Ovaj obrazac rasuđivanja učenici su usvojili u prethodnom razredu i shvataju da se, na osnovu datog dijela, cijelo traži množenjem.

Aktivnost 1: Uvodni primjeri

Učenici rješavaju primjere iz Udžbenika. Za primjer 1 učenici sastavljaju šemu i nalaze rješenje. U primjeru 2 kod učenika se pojavljuju teškoće. Učenici crtaju šemu i označavaju uslov i pitanje za drugi primjer, pa upoređuju rješenja.



Odgovaraju na pitanja:

- U čemu su slični primjeri? (Nepoznata cjelina.)
- U čemu se razlikuje uslov prvog primjera od uslova drugog? (U prvom primjeru poznata je $\frac{1}{3}$ broja, a u drugom $\frac{2}{3}$, tj. dva puta više.)
- Kako biste nazvali takav tip zadataka? (Određivanje cjeline ili veličine čiji je jedan dio poznat.)
- Što predlažete da uradimo ako je poznato da dva dijela iznose 16? (Potrebno je odrediti čemu je jednak jedan dio. To je 16 : 2, tj. poznati dio podijelimo brojiocem.)
- Koliko djelova u primjeru čini cjelinu? (Tri.)
- Kako odrediti cjelinu ako je poznato da je jedan dio cjeline jednak 8? (Potrebno je 8 pomnožiti sa 3, tj. dobijeni rezultat treba pomnožiti imeniocem razlomka.)

Učenici zapisuju rješenje u sveske i dolaze do zaključka:

> Da bismo odredili cjelinu na osnovu poznatog dijela predstavljenog razlomkom, potrebno je podijeliti poznati dio brojiocem i pomnožiti imeniocem razlomka.

Aktivnost 2

Učenici dobijaju dva zadatka, određuju kom tipu zadataka pripadaju i rješavaju ih.

Prodavac je prodao $\frac{3}{4}$ jabuka što čini 48 kg. Koliko je ukupno jabuka bilo u prodavnici?	U prodavnici je bilo 64 kg jabuka. Prodavac je u toku dana prodao $\frac{3}{4}$ jabuka. Koliko je kilograma jabuka prodato u toku dana?

Aktivnost 3

Učenici samostalno rade zadatke 1, 2, 3, 4 i 5 iz Udžbenika.

Zadatak 1. Da li je veći broj čija $\frac{1}{6}$ iznosi 12 ili $\frac{1}{5}$ broja 375?

Rješenje: Broj čija $\frac{1}{6}$ iznosi 12 jeste: $12 \cdot 6 = 72$. A $\frac{1}{5}$ broja 375 tražimo: $375 : 5 = 75$. $72 < 75$.

Aktivnost 4: Zadatak 6

Učenici uz pomoć modela upoređuju razlomke iz prve kolone ($\frac{2}{4}$ i $\frac{2}{8}$). Odgovaraju na pitanja:

- Što ima zajedničko kod prvog para razlomaka? (Brojilac.)
- Što označava brojilac razlomaka? (Brojilac označava koliko je jednakih djelova sadržano u uočenom dijelu cjeline.)

Učenici shvataju da su četvrtine veće od osmina, prema tome i dvije četvrtine veće su od dvije osmine. Poslije upoređivanja svih razlomaka iz prve kolone učenici dolaze do zaključka da je u slučaju istog broja jednakih djelova (brojilaca) veći onaj razlomak koji ima manji imenilac. Odatle zaključak:

Od dva razlomka s istim brojiocem veći je onaj koji ima manji imenilac.

Napomena: Na sličan način učenici se upoznaju s pravilom upoređivanja razlomaka s istim imeniocem. Dodatno predložiti učenicima da na osnovu slike nađu jednake razlomke.

Dodatna aktivnost: Rad u paru – oba učenika zadaju po jedan razlomak, a zatim ih porede pomoću modela. Porede se samo razlomci s istim brojiocem ili istim imeniocem, tako što se zadaje pravilo da drugi učenik iz para koji zadaje broj mora da ponovi ili isti brojilac ili isti imenilac kao njegov partner.

Aktivnost 5: Zadaci 7 i 8

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

6.4. Sabiranje i oduzimanje razlomaka

UČENICI:

- sabiraju i oduzimaju razlomke jednakih imenilaca koristeći neko didaktičko rješenje koje ilustruje postupak i rezultat sabiranja i oduzimanja
- pomoću razlomaka rješavaju tekstualne zadatke koji se odnose na moguće realne situacije
- rješavaju zadatke o kružnim dijagramima kod kojih se rješenje zapisuje pomoću razlomaka.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici rješavaju sljedeći zadatak: „Petar i njegov drug Asim podijelili su čokoladu na šest jednakih komada. Petar je pojeo dva komada čokolade, a Asim samo jedan. Koji je dio čokolade pojeden?"

Na tabli jedan učenik crta pravougaonik (model čokolade) i dijeli ga na šest jednakih djelova.

Učenici odgovaraju na pitanja:

- Koji je dio čokolade pojeo Petar? Osjenčite taj dio na modelu čokolade (pravougaoniku) jednom bojom.
- Koji je dio čokolade pojeo njegov drug? Osjenčite taj dio na modelu drugom bojom.
- Uz pomoć koje je aritmetičke operacije moguće odrediti ukupan dio pojedene čokolade? (Uz pomoć sabiranja.)
- Kako određujemo ukupan dio pojedene čokolade? (Tražimo zbir $\frac{2}{6}+\frac{1}{6}$.)
- Što je zajedničko za ova dva razlomka? (Oba razlomka imaju iste imenioce.)
- Koji je dio pravougaonika obojen? ($\frac{3}{6}$)
- Znači, čemu je jednak zbir $\frac{2}{6}$ i $\frac{1}{6}$? ($\frac{3}{6}$)
- Što ste interesantno primijetili? (Imenilac se nije promijenio, a brojilac je jednak 3, što predstavlja zbir dva brojioca: 2 i 1.)
- Što možemo da zaključimo o zbiru dva razlomka s istim imeniocem? (Potrebno je sabrati brojioce, a imenilac ostaviti isti.)
- Kako se uz pomoć slova može zapisati pravilo sabiranja razlomaka s jednakim imeniocem?

Na tabli se zapisuje pravilo:

$$\frac{a}{n}+\frac{b}{n}=\frac{a+b}{n}.$$

Aktivnost 1: Uvodni zadatak 1

Učenici proučavaju uvodni zadatak i formulišu zaključak u vidu pravila:

Razlomke jednakih imenilaca sabiramo tako što saberemo njihove brojioce, a imenilac ostaje isti.

Aktivnost 2

Učenici samostalno rade zadatke 1, 2 i 3 iz Udžbenika.

Aktivnost 3: Uvodni zadatak 2

Učenici čitaju uvodni zadatak i shvataju da je pica bila cijela. Kad je pica podijeljena na osam jednakih djelova, dobija se osam osmina pice. Zatim su pojeli dva parčeta. Znači potrebno je odrediti razliku $\frac{8}{8}-\frac{2}{8}$. Učenici primjećuju da dati razlomci imaju iste imenioce i – kao što je to bilo u slučaju sa sabiranjem razlomaka s istim imeniocem – potrebno je samo od brojioca prvog razlomka oduzeti brojilac drugog razlomka, a imenilac ostaviti isti. Na tabli može da se zapiše ovo pravilo uz pomoć slova: $\frac{a}{n}-\frac{b}{n}=\frac{a-b}{n}$.

Na kraju učenici formulišu pravilo oduzimanja razlomaka jednakih imenilaca:

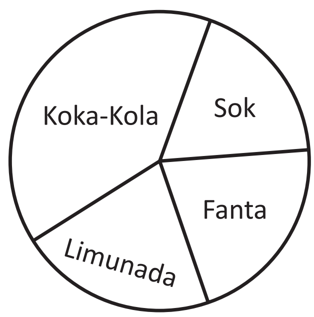
Razlomci jednakih imenilaca oduzimaju se tako što se imenilac prepiše, a oduzmu se brojioci tih razlomaka.

Aktivnost 4

Učenici samostalno rade zadatke 4, 5, 6 i 7 iz Udžbenika.

Aktivnost 5: Kružni dijagrami

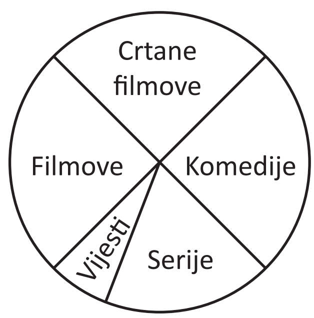
Napomena: Numeričke podatke često je pogodnije predstavljati vizuelno. Brojevi se lakše upoređuju ako su prikazani kao grafički objekti različitih veličina. Čak i ako parametri prikazanog objekta, akcije, pojave nijesu poznati unaprijed, jasnije možete uporediti rezultate na osnovu crteža i izvesti određene zaključke. Ovakvi crteži nazivaju se dijagrami.



Kako vizuelno može da se prikaže koje je piće najpopularnije? Za to možemo da koristimo kružni dijagram. Dijagram prikazuje odnose među podacima radi direktnog upoređivanja veličina koje čine jednu cjelinu. Krug intuitivno podrazumijeva jedno cijelo.

Dati kružni dijagram pokazuje da je koka-kola najpopularnije piće.

Učenici dobijaju zadatak da odgovore na pitanja koja se odnose na dati kružni dijagram.



1. Koliko je televizijskih programa predstavljeno na ovom dijagramu?
2. Koji su programi jednako popularni?
3. Koji program gleda najmanje gledalaca?

Učenici rade zadatke o kružnim dijagramima iz Zbirke.

6.5. Aritmetička sredina

UČENICI:

- koriste pojam aritmetičke sredine
- izračunavaju aritmetičku sredinu za dva, tri i više brojeva
- zaključuju da je aritmetičku sredinu moguće primijeniti praktično
- rješavaju zadatke pomoću aritmetičke sredine.

AKTIVNOSTI UČENIKA

Uvodna aktivnost

Učenici rješavaju sljedeće primjere.

Primjer 1: Na kraju 1. polugodišta Nataša je iz matematike imala ocjene 4, 3, 5, 4, 3, 4, 5.

a) Koliki je prosjek njenih ocjena?

Nađemo zbir svih ocjena: $4 + 3 + 5 + 4 + 3 + 4 + 5 = 28$

Podijelimo s brojem koliko tih ocjena ima: $28 : 7 = 4$

Prosjek Natašinih ocjena je 4.

b) Kolika je aritmetička sredina njenih ocjena?

$$\frac{4+3+5+4+3+4+5}{7} = 4$$

Aritmetička sredina je isto što i prosjek; dakle, 4.

c) Kolika je srednja vrijednost Natašinih ocjena?

Takođe 4.

Aritmetičku sredinu, odnosno srednju vrijednost ili prosjek, dobijamo tako što zbir svih brojeva podijelimo brojem sabiraka u tom zbiru.

d) Uporediti aritmetičku sredinu Natašinih ocjena s Natašinom najmanjom i najvećom ocjenom!

3 < **4** < **5**

najniža ocjena	aritmetička sredina	najviša ocjena

Aritmetička sredina uvijek je između najmanje i najveće vrijednosti.

Primjer 2: Borko, Janko i Branko otvorili su bombonjeru i odmah je pojeli. Borko je pojeo 3, Janko 2, a Branko 10 čokoladnih bombona.

a) Koliko je prosječno bombona pojeo svaki od dječaka?

$$\frac{3 + 2 + 10}{3} = 5$$

Prosječno je svaki od dječaka pojeo 5 bombona.

b) Da su ravnopravno podijelili bombone, koliko bi svaki dječak pojeo?

Tada bi svaki pojeo 5 bombona (3 + 2 + 10 = 15, 15 : 3 = 5).

c) Uporedi odgovore pod a) i b). Što zaključuješ? Hoće li to uvijek važiti (razmislite kako računamo u kom slučaju)?

Aritmetička sredina (ili prosjek) uvijek opisuje ***ravnopravnu*** ili ***ravnomjernu*** podjelu.

Aktivnost 1: Uvodni zadatak

Učenici rješavaju uvodni zadatak iz Udžbenika i dolaze do zaključka da:

Aritmetička sredina datih brojeva jednaka je količniku zbira tih brojeva i broja sabiraka u tom zbiru.

Učenici samostalno rade zadatke iz Udžbenika.

Aktivnost 2

Prijedlog kontrolne vježbe na temu aritmetičke sredine.

Grupa 1.

1. Izračunaj aritmetičku sredinu datih brojeva: 17, 23, 26.
2. Izračunaj aritmetičku sredinu datih brojeva: 54, 89, 93, 100.
3. Borko u prvom polugođu ima sljedeće ocjene iz matematike: 5, 3, 1, 4, 4, 1. Koju zaključnu ocjenu na polugodištu može imati Borko ako nastavnik zaključnu ocjenu izvodi kao aritmetičku sredinu svih dobijenih ocjena u toku polugodišta?
4. U odbojkaškom timu dva igrača imaju 21 godinu, tri 20 godina, a jedan 24 godine. Koji je srednji uzrast igrača?

Grupa 2.

1. Izračunaj aritmetičku sredinu datih brojeva: 15, 35, 43.
2. Izračunaj aritmetičku sredinu datih brojeva: 43, 67, 89, 101.
3. Branko je kupio tri kutije keksa. U jednoj je bilo 7 komada, u drugoj 12, a u trećoj 8. Nađi prosječni broj komada keksa po kutiji.
4. U V_a je 22 učenika, u V_b je 20 učenika, u V_v je 24. Odredi prosječnu popunjenost odjeljenja V razreda.

Grupa 3.

1. Izračunaj aritmetičku sredinu datih brojeva: 18, 32, 46.

2. Izračunaj aritmetičku sredinu datih brojeva: 37, 76, 91, 104.
3. U prodavnicu zdrave hrane isporučili su kutije s keksom. Masa prve kutije je 20 kg, druge 22 kg i treće 24 kg. Odredi srednju masu kutija s keksom.
4. Na košarkaškoj utakmici Milan je postigao 12 koševa, Branko 15, Janko 20, a Saša 8 koševa. Nikola nijednom nije pogodio koš. Koliko je prosječno koševa svom timu donio svaki igrač?